

doi 10.17072/1994-9960-2017-4-592-608

УДК 338.27

ББК 65.054.3

JEL Code C53

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ КЛЮЧЕВЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РОЗНИЧНОЙ СЕТИ ВО ВРЕМЕНИ

Кирилл Сергеевич ПивкинORCID ID: [0000-0003-2821-0096](https://orcid.org/0000-0003-2821-0096), Researcher ID: [S-5964-2017](https://orcid.org/S-5964-2017)Электронный адрес: pivkins_91@mail.ru

Удмуртский государственный университет

426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1

ПАО «Быстробанк»

426008, Россия, г. Ижевск, ул. Пушкинская, 268

Поставлена классическая задача прогнозирования товарного спроса. Применяются ключевые показатели, связанные с работой розничной сети. Актуальность исследования обусловлена настоятельной потребностью прогнозирования значимых для развития розничной торговли показателей в целях повышения эффективности планирования деятельности торговых организаций. Указывается важность прогнозирования будущих значений рассматриваемых показателей – температурного режима и количества чеков – как для адекватного прогнозирования спроса, так и для решения прочих управленческих задач. Определяется круг методов анализа временных рядов, которые используются для решения задачи прогнозирования спроса для розничной сети. При этом практически в каждом методе рассматривается подход модели пространства состояний. Описывается теоретическая база каждого метода в целях освещения достаточного разнообразия применяемого математического инструментария. Делается акцент на том, что среди задействованных методов прогнозирования есть как классические (ARIMA, экспоненциальное сглаживание), так и современные методы, применяемые крупными IT-компаниями (Facebook и Google). Обосновывается выбор метрики качества прогнозирования для рассматриваемой задачи – корень квадратный от среднеквадратичной ошибки и абсолютная ошибка в процентах. В качестве исходных данных для построения прогнозов используется набор ежедневных данных по количеству чеков розничной сети города Ижевска, а также средние дневные температурные режимы в географической зоне города. Для краткосрочных прогнозов предлагается разбиение исходной выборки на обучающую и тестовую в отношении 9 к 1 в силу того, что прогнозирование показателей имеет краткосрочный характер. Дается характеристика важности показателя ряда температур для деятельности розничного магазина, динамики покупательского спроса. Обсуждается проблематика точного прогнозирования температуры только на основании временного ряда температур. Производится расчет моделей для ряда температур и оцениваются показатели качества для каждой модели. Описывается значение показателя количества чеков для отражения деятельности розничной торговли. Перечисляется ряд внешних факторов, влияющих на динамику количества чеков: день недели, наличие предпраздничного или праздничного дня. На основании приведенного прогнозного моделирования количества чеков делаются выводы о высокой эффективности композиционного прогноза с использованием нескольких методов. Подчеркивается, что даже с помощью среднего арифметического из прогнозов по нескольким методам возможно создать более точный прогноз, чем по каждому методу в отдельности. Направления будущих исследований связаны с совершенствованием инструментария и созданием автоматизированной системы прогнозирования товарного спроса.

Ключевые слова: розничная торговля, прогнозирование спроса на товар, анализ временных рядов, байесовское моделирование, метрика качества прогноза, композиция прогнозов спроса.

FORECAST OF KEY INDICATORS OF RETAIL NETWORK IN TIME

Kirill S. Pivkin

ORCID ID: [0000-0003-2821-0096](https://orcid.org/0000-0003-2821-0096), Researcher ID: [S-5964-2017](https://pubs.rsos.royalsocietypublishing.org/author/S-5964-2017)

E-mail: pivkins_91@mail.ru

Udmurt State University

1, Universitetskaya st., Izhevsk, 426034, Russia

PJSC "Bystrobank"

268, Pushkinskaya st., Izhevsk, 426008, Russia

The purpose of the study is to forecast the commodity demand, within which key indicators related to the operation of the retail network are applied. The relevance of the study is determined by the need to forecast the indicators significant for retail trade development to increase the planning efficiency of trade organization activity. The importance to forecast the future values of the indicators under consideration – the temperature regime and the number of checks – has been indicated. These indicators are significant for adequate forecasting of demand and for solving other management tasks as well. The range of the analysis methods of time series has been determined. These series have been used to solve the tasks of forecasting demand for the retail network. The approach of the state-space model is considered in almost every method. The theoretical basis of each method has been described to illuminate a sufficient variety of the applied mathematical tools. The fact that conventional (ARIMA, exponential smoothing) and modern methods used by large IT companies (Facebook and Google) are among the applied methods of forecasting has been emphasized. The choice of the prediction quality metric for the problem has been justified. The metrics are a square root of the root-mean-square error and the absolute error in percentage. A set of daily data about the amount of checks in the retail network of Izhevsk, as well as the average daily temperature conditions in the geographical area of the city have been used as the input data to make the forecast. To make short-term forecasts, the initial sample is suggested to be divided into a training sample and a test one in the proportion 9 to 1, due to the short-term of the forecast. The importance of the temperature series indicator for the activity of a retail store and for the dynamics of consumer demand has been characterized. The issue to forecast temperature accurately only on the basis of temperature time series has been discussed in the study. The models for temperature series have been calculated and the quality indicators for each model have been estimated. The value of the indicator of the number of checks to demonstrate the activity of retail trade has been described. A number of external factors affecting the dynamics of the number of checks have been listed in the present research. Among them are days of the week, whether it is a pre-holiday or a holiday. We have made conclusions about the high efficiency of the composite forecast with several methods on the basis of the predictive modeling of the check amount. Even with the help of the arithmetic mean of the forecasts for several methods, it is possible to create a more accurate prediction than for each method separately. Our further research will concern the improvement of the tool and the development of a computer-based system to forecast commodity demand.

Keywords: retail trade, forecasting of demand of goods, analysis of time series, Bayesian modeling, forecast quality metric, composition of demand forecasts.

Введение

Большое количество проведенных исследований по управлению товарными запасами, реализации маркетинговой политики, стратегическому планированию в сфере розничной торговли посвящено адекватному прогнозированию спроса на товар. Значимость прогнозирования является неоспоримой, тем более в период бурного роста данных о состоянии экономики и иных сфер жизни современного общества. Необходимо подходить комплексно к анализу существующей на предприятии системы управления запаса-

сами, к оценке состояния информационных систем, наличия необходимых данных, а также к выявлению состава факторов, влияющих на спрос на тот или иной товар.

Ранее проведенное исследование [1] позволило выделить ряд ключевых факторов, влияющих на спрос. Поэтому их включение как показателя в математическую модель спроса является обоснованным решением и увеличивает точность получаемого результата. Однако здесь возникает важное обстоятельство: при прогнозировании спроса на конкретный товар лицо, принимающее решение, не может знать будущих показате-

лей для ряда факторов, которые являются ключевыми. Следовательно, для расчета прогноза спроса на товар необходимо рассчитать прогноз ключевого (экзогенного) фактора, включенного в основную модель. От точности модели прогнозирования фактора зависит точность всей системы прогнозирования в целом. Данный подход актуален для исследования особенностей функционирования сложных экономических и технических систем, в настоящем исследовании – в системе товародвижения в розничной торговле.

Описан процесс построения моделей прогнозирования для двух основных факторов, которые влияют на покупательский спрос, – эндогенный ключевой показатель по отношению к работе розничного предприятия (количество покупателей (чеков) в магазине) и экзогенный (температурный режим). Их использование обусловлено высокой степенью значимости влияния показателей на работу торговой сети. Количество чеков – это формальный показатель эффективности магазина, температурный режим – показатель, который чаще всего влияет на размер покупательского потока и спрос на конкретные виды товаров. Конечно, каждый из этих показателей имеет уникальную природу и к каждому необходимо подходить, используя разные теоретические и практические основания. Но для их прогнозирования будет использоваться единый инструментарий анализа временных рядов, в том числе современные наработки в этой области. Будет проведен сравнительный анализ методов прогнозирования для каждого из интересующих нас факторов, выявлена лучшая модель с точки зрения установленного показателя качества и сделаны выводы о прогностической способности каждой модели. Рассматриваемые модели могут использоваться, как было сказано выше, как в общем комплексе системы прогнозирования товарного спроса на предприятии розничной торговли, так и независимо – для составления необходимых планов и для выработки необходимых тактических мер. Это обусловлено тем, что рассматриваемые показатели несут значимую информацию сами по себе: корректное предсказание тем-

пературного режима позволяет регулировать ценообразование по некоторым видам товаров, а количество и динамика чеков сообщают о результатах проведенных маркетинговых мер.

Основным направлением исследования является построение методологии ключевых показателей, определяющих структуру спроса в розничной торговле. Для решения этой задачи будет использован инструментарий анализа временных рядов.

Методы исследования временных рядов

Исходя из характера переменных, можно отметить, что при прогнозировании должны применяться методы анализа временных рядов с четко выраженной сезонностью. При этом состав методов будет определен современными теоретическими и практическими достижениями в этой области.

Для прогнозирования временных рядов в настоящем исследовании будут использоваться:

- модель экспоненциального сглаживания, которая традиционно используется в прогнозировании временных рядов так же, как и ARIMA;

- ARIMA-моделирование, реализованное с помощью алгоритма Хиндмана – Хандакара [2];

- модель комплекснозначного экспоненциального сглаживания, представляющая одну из современных разработок в области анализа временных рядов [3; 4];

- вычислительный продукт Prophet, разработанный компанией Facebook. По сути, данный алгоритм является аддитивной регрессионной моделью с определенным набором дополнительных факторов для вычисления сезонности и учета кратковременных важных изменений (праздников) [5];

- байесовские структурные временные ряды, являющиеся сочетанием нескольких подходов к анализу временных рядов, основанных на теории Байеса. Метод дорабатывается и используется для прогнозирования компанией Google [6].

Большой набор используемых методов объясняется тем, что результатом исследования может являться не просто выбор лучшего метода, но и построение их сочетания в случае целесообразности данного решения. Перед тем как приступить к описанию проведенных расчетов, в краткой форме опишем теоретические предпосылки выстраиваемых алгоритмов.

Модель экспоненциального сглаживания (ETS)

В настоящее время модели экспоненциального сглаживания разной спецификации и интегрированная модель авторегрессии – скользящего среднего (ARIMA) – наиболее популярные инструменты для прогнозирования временных рядов. Оценить классификацию и значение классических временных рядов можно в работе [7].

Идею экспоненциального сглаживания отражает самая простая спецификация – модель простого экспоненциального сглаживания:

$$\hat{y}_t = \alpha y_{t-1} + (1 - \alpha)\hat{y}_{t-1}, \quad (1)$$

где \hat{y}_t – прогнозируемое значение временного ряда в момент t , y_{t-1} – фактическое значение временного ряда в момент $t - 1$, α – параметр сглаживания, принимающий значения от 0 до 1. Следовательно, речь идет о процедуре «сглаживания» исходного ряда, которая позволяет увидеть изменения в тенденциях. В развернутых спецификациях оцениваются и другие возможные компоненты – сезонности и ошибки.

В нашем исследовании модели экспоненциального сглаживания строятся с помощью математической модели пространства состояний. Метод пространства состояний используется достаточно часто на практике, в том числе для математического моделирования систем, поскольку задает составляющие исследуемого объекта, которые функционируют самостоятельно [8]. Это означает, что у нас есть 30 вариаций моделей экспоненциального сглаживания, каждая из которых содержит три компоненты – ошибка, тренд и сезонность, или (E, T, S) . В состав моделей входит, например, часто используемая в анализе временных рядов модель Хольта – Винтерса. В пространстве мо-

делей существует два глобальных класса. Первый – модели аддитивные, которые имеют следующую форму:

$$\begin{cases} y_t = \omega'v_{t-1} + e_t \\ v_t = Fv_{t-1} + ge_t' \end{cases} \quad (2)$$

где y_t – фактическое значение временного ряда в момент t , v_t – вектор состояний, который содержит в себе компоненты (E, T, S) , ω' – заданный измерительный вектор, F – матрица переходов, g – вектор, который содержит в себе постоянные сглаживания и e_t – ошибка модели, распределенная нормально.

Второй класс – мультипликативные модели – описывается с помощью логарифмов аналогично предыдущей форме:

$$\begin{cases} y_t = \exp(\omega' \log(v_{t-1}) + \log(1 + e_t)) \\ \log(v_t) = F \log(v_{t-1}) + \log(1 + ge_t) \end{cases} \quad (3)$$

В данном случае ошибка $1 + e_t$ распределена логнормально.

Выбор лучшей модели из пространства осуществляется с помощью информационных критериев: используется информационный критерий Акаике, который для класса данных моделей выражен в следующей формуле:

$$AIC = -2 \log(L) + 2k, \quad (4)$$

где L – максимизированное значение функции правдоподобия модели, k – общее количество параметров модели. Выбор модели осуществляется по наибольшему значению информационного критерия.

Модель авторегрессии – скользящего среднего (ARIMA)

Модель ARIMA имеет стандартную спецификацию вида

$$\hat{y}_t = c + \alpha_1 y_{t-1} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + \beta_1 e_{t-1} + \dots + \beta_q e_{t-q} + e_t, \quad (5)$$

где y_{t-1}, \dots, y_{t-p} – предыдущие фактические значения временного ряда, сдвинутые от фактического на лаг от 1 до p , e_{t-1}, \dots, e_{t-q} – предыдущие ошибки модели, сдвинутые от фактической на лаг от 1 до q , c – константа модели, \hat{y}_t – прогнозное значение временного ряда.

По сути, ARIMA-моделирование заключается в корректном подборе спецификации модели $ARIMA(p, d, q)$, где d – порядков разности временного ряда, при котором

ряд для соответствующих разностей оказывается стационарным. Часто поиск корректной спецификации модели является трудоемкой и нетривиальной задачей. И в целях автоматизации данной рутинной процедуры существует алгоритм Хиндмана – Хандакара. Обобщенно, алгоритм является итерационной процедурой, которая, изменяя параметры модели p , d и q , минимизирует значение скорректированного информационного критерия Акаике.

Информационный критерий Акаике и скорректированный информационный критерий Акаике для ARIMA характеризуются следующими формулами:

$$AIC = -2 \log(L) + 2(p + q + k + 1), \quad (6)$$

$$AIC_c = AIC + \frac{2(p + q + k + 1)(p + q + k + 2)}{T - p - q - k - 2}, \quad (7)$$

где L – максимизированное значение функции правдоподобия модели; $k = 1$, если константа по модели $c \neq 0$ и $k = 1$, если верно обратное. Данный информационный критерий разработан и используется для выбора лучшей из нескольких статистических моделей.

Соответственно, для всех ARIMA-моделей в данном исследовании используется алгоритм Хиндмана – Хандакара как инструмент минимизации издержек на создание прогнозной системы. Для отражения определенных эффектов в ARIMA-моделировании также используются дополнительные регрессоры. Вид изначальной функции меняется на следующий:

$$\hat{y}_t = c + \alpha_1 y_{t-1} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + \beta_1 e_{t-1} + \dots + \beta_q e_{t-q} + \omega_1 x_1 + \dots + \omega_k x_k + e_t, \quad (8)$$

где x_1, \dots, x_k – дополнительные регрессоры, введенные в модель. Здесь могут быть использованы разные наборы признаков для улучшения качества прогноза. Это может быть, например, наличие праздника, ряды Фурье для отражения сезонности и многое другое в зависимости от контекста задачи.

Если оценивать прикладной характер метода, то ARIMA является одним из наиболее часто используемых инструментов анализа временных рядов, в том числе, например, при прогнозировании самого то-

варного спроса, что можно увидеть в работе [9].

Модель комплекснозначного экспоненциального сглаживания (CES)

Модель комплекснозначного экспоненциального сглаживания берет в свою основу понятие комплексного числа $x + iy$, где x и y – числа на вещественной прямой, а i – мнимая единица ($i^2 = -1$).

В теории, для строгого определения принципов моделирования, вводится понятие «информационный потенциал» p_t как ненаблюдаемая составляющая временного ряда, влияющую на состояние видимых значений y_t . Две вещественные переменные объединяются в одну комплексную $y_t + ip_t$. Соответственно, общий процесс описывается следующей функциональной формой:

$$y_t + ip_t = f(Q, e_t), \quad (9)$$

где Q – множество комплексных значений, выбранных для моделирования комплексной переменной $y_t + ip_t$.

Объединяя идею информационного потенциала и простую модель экспоненциального сглаживания, приходим к следующей формуле:

$$\hat{y}_{t+1} + i\hat{p}_{t+1} = (\alpha_0 + i\alpha_1)(y_t + ip_t) + (1 - \alpha_0 + i - i\alpha_1)(\hat{y}_t + i\hat{p}_t), \quad (10)$$

где \hat{y}_t – прогнозная оценка временного ряда, \hat{p}_t – оценка значения информационного потенциала, $\alpha_0 + i\alpha_1$ – комплексный параметр сглаживания.

Так же, как и модель экспоненциального сглаживания, комплекснозначное экспоненциальное сглаживание имеет базовую статистическую модель пространства состояний. Ее форма выражена в следующем виде:

$$\begin{cases} y_t = l_{t-1} + e_t \\ l_t = l_{t-1} - (1 - \alpha_1)c_{t-1} - \alpha_1 p_t + \alpha_0 e_t, \\ c_t = l_{t-1} \end{cases} \quad (11)$$

где y_t – фактическое значение временного ряда, l_t – уровень временного ряда, c_t – информационная компонента при наблюдении в момент t . В компактной форме это можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} y_t = \omega' v_{t-1} + e_t \\ v_t = Fv_{t-1} + qp_t + ge_t \end{cases} \quad (12)$$

Видно, что форма аналогична форме экспоненциального сглаживания (2).

Модель Prophet

В отличие от модели экспоненциального сглаживания и ARIMA-моделирования алгоритм, реализованный в системе Prophet, имеет другое теоретическое основание. В теории модель, которая легла в основу Prophet, раскладывается на ряд компонент:

$$\hat{y}_t = g_t + s_t + h_t + e_t, \quad (13)$$

где g_t – трендовая компонента, s_t – сезонная компонента и h_t – компонента, которая отражает в себе информацию по праздничным периодам и другим нерегулярным событиям.

По сути, алгоритм работает подобно обобщенной линейной модели, общая спецификация которой выражена следующим образом:

$$g(E(Y)) = \beta_0 + f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_m(x_m). \quad (14)$$

Формула (14) своим видом напоминает стандартную множественную линейную регрессию, но основное ее отличие состоит в замене стандартных линейных компонент $\beta_j x_{ij}$ на нелинейную функцию f_j от аргумента x_{ij} [10]. Это означает, что трендовая составляющая g_t является суммой функций от временных промежутков, которые настраиваются либо вручную исследователем, либо автоматически при определении точек изменения тренда и величины изменения скорости тренда в этот момент – (s_j, δ_j) . При этом в рамках данной статьи мы используем кусочно-линейную трендовую компоненту g_t .

Для моделирования сезонной компоненты s_t используются следующие процедуры:

- 1) для определения существующей годовой сезонности применяются ряды Фурье;
- 2) для описания существующей недельной сезонности используются фиктивные переменные.

Компонента h_t определяется с помощью индикаторной переменной для каждого праздника (или значимого дня). В том случае если изменения целевой переменной \hat{y}_t , приуроченные к конкретному празднику, имеют место быть в некотором диапазоне дней длиной L , то данный диапазон считает-

ся указанным праздником:
 $Z(t|t \in [t_k; t_{k+L}]) = 1.$

Для оценки модели используется один из итерационных методов численной оптимизации второго порядка – алгоритм Бройдена – Флетчера – Гольдфарба – Шанно или BFGS-алгоритм [11, с. 391–392].

Байесовская структурная модель временных рядов (BSTS)

Байесовский подход к решению задач как статистики, так и эконометрики значительно отличается от подхода классической теории вероятностей. Главным образом, особенность подхода состоит в том, что вероятность события определяется в первую очередь наполненностью информации о рассматриваемом явлении. Это дает большое преимущество по сравнению с положениями классической теории – уже на малых выборках возможно делать выводы о явлении, уточняя вероятность исходов по мере появления новой информации [12].

Байесовские структурные временные ряды – еще один метод анализа временных рядов, который можно отнести к моделям пространства состояний. При этом он сочетает в себе инструменты байесовского подхода, развитые на текущий период. Моделирование состоит из трех основных этапов:

1. Применение фильтра Калмана.
2. «Spike-and-slab» метод выбора переменных (метод имеет малую распространённость в русскоязычных научных источниках, поэтому в данной статье используется оригинальное название).
3. Байесовская модель усреднения.

Ввиду достаточной сложности в данной статье алгоритм не приводится в полной формулировке. Наиболее подробно байесовский подход к прогнозированию временных рядов описан в теоретической работе [13]. Здесь приведены несколько общих понятий и характеристика методов, а также последовательность их применения для выхода на нужный результат.

В данном случае структурная модель временного ряда определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} y_t &= Z_t^T \alpha_t + e_t \\ \alpha_{t+1} &= T_t \alpha_t + R_t \eta_t' \end{aligned} \quad (15)$$

где y_t – значения ряда, α_t – скрытая переменная состояния. Матрицы Z_t , T_t и R_t характеризуют известные и неизвестные параметры, оцениваемые в модели. Как видно, структура похожа на аналогичные формы, приведенные для моделей экспоненциально-го сглаживания.

Обычно для работы с моделями пространства состояний применяют фильтр Калмана [14]. Фильтр рекурсивно рассчитывает прогнозное распределение $f(\alpha_{t+1}|y_{1:t})$, объединяя $f(\alpha_t|y_{1:t-1})$ вместе с y_t , при этом используя стандартный набор формул, который логически сводится к алгоритму линейной регрессии. Процедура сглаживания Калмана преобразует выходные значения фильтра для получения распределения $f(\alpha_t|y_{1:n})$, где n – количество элементов во временном ряде для каждого момента t . Так как по предпосылкам модели все составляющие имеют гауссовскую природу, то $f(\alpha_t|y_{1:t-1})$ и $f(\alpha_t|y_{1:n})$ – это многомерные нормальные распределения со средней μ_t и дисперсией D_t . Фильтр Калмана собирает информацию о временных рядах по мере итеративного движения по списку пар (μ_t, D_t) . Сглаживание Калмана используется для распределения информации о более поздних наблюдениях последовательно по более ранним парам (μ_t, D_t) .

Идея «*spike-and-slab*» заключается в том, чтобы снизить количество подаваемых на вход структурной модели признаков. Для реализации метода вводятся несколько специальных обозначений: $\gamma_k = 1$, если $\beta_k \neq 0$ и $\gamma_k = 0$, если $\beta_k = 0$, где β_k – коэффициенты при регрессионных признаках. Обозначают также β_γ как пространство коэффициентов β , где $\beta_k \neq 0$. «*Spike-and-slab*» подход выражен в оценке априорного вероятностного распределения:

$$p(\beta, \gamma, \sigma_e^2) = p_1(\beta_\gamma | \gamma, \sigma_e^2) p_2(\sigma_e^2 | \gamma) p_3(\gamma). \quad (16)$$

Маргинальное распределение $p_3(\gamma)$ задается с использованием распределения Бернулли:

$$\gamma \sim \prod_{k=1}^K \pi_k^{\gamma_k} (1 - \pi_k)^{1-\gamma_k}. \quad (17)$$

Уравнение (17) можно упростить, о чем подробно сказано в работе [15].

Дальнейшие обозначения, определяющие строки и столбцы матрицы, $-\Omega_\gamma^{-1}$ для симметричной матрицы Ω^{-1} , где $\gamma_k = 1$. Тогда условные априорные распределения $f(1/\sigma_e^2 | \gamma)$ и $f(\beta_\gamma | \sigma_e, \gamma)$ могут быть выражены условной сопряженной парой:

$$\beta_\gamma | (\sigma_e, \gamma) \sim N(b_\gamma, \sigma_e^2 (\Omega_\gamma^{-1})^{-1}), \quad (18)$$

$$\frac{1}{\sigma_e^2} | \gamma \sim G\left(\frac{v}{2}, \frac{ss}{2}\right),$$

где $G(r, s)$ – гамма-распределение со средним r/s и дисперсией r/s^2 .

Определяется уравнение $y_t^* = y_t - Z_t^{*T} \alpha_t$, где Z_t^* – матрица наблюдений структурной модели с $\beta^T \mathbf{x}_t$, равным 0 (здесь и далее \mathbf{x}_t и \mathbf{X} – признаки, определенные алгебраически и матрично). Также определяется $\mathbf{y}^* = y_{1:n}^*$, где \mathbf{y}^* – это без компоненты временного ряда.

Совместное апостериорное распределение по β и σ_e^2 , условное по γ , доступно по следующим формулам:

$$\beta_\gamma | \sigma_e, \gamma, \mathbf{y}^* \sim N(\tilde{\beta}_\gamma, \sigma_e^2 (V_\gamma^{-1})^{-1}), \quad (19)$$

$$\frac{1}{\sigma_e^2} | \gamma, \mathbf{y}^* \sim G\left(\frac{N}{2}, \frac{SS}{2}\right),$$

где достаточные статистики могут быть записаны в следующем виде:

$$V_\gamma^{-1} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})_\gamma + \Omega_\gamma^{-1},$$

$$\tilde{\beta}_\gamma = (V_\gamma^{-1})^{-1} (\mathbf{X}^T \mathbf{y}^* + \Omega_\gamma^{-1} b_\gamma),$$

$$N = v + n, \quad (20)$$

$$SS_\gamma = ss + \mathbf{y}^{*T} \mathbf{y}^* + b_\gamma^T \Omega_\gamma^{-1} b_\gamma - \tilde{\beta}_\gamma^T V_\gamma^{-1} \tilde{\beta}_\gamma.$$

По причине сопряженности, можно маргинализовать по величинам β_γ и $1/\sigma_e^2$, чтобы получить

$$\gamma | \mathbf{y}^* \sim C(\mathbf{y}^*) \frac{|\Omega_\gamma^{-1}|^{\frac{1}{2}} f(\gamma)}{|V_\gamma^{-1}|^{\frac{1}{2}} SS_\gamma^{\frac{N}{2}-1}}, \quad (21)$$

где $C(\mathbf{y}^*)$ – нормализованная константа, которая зависит от \mathbf{y}^* , но не зависит от γ .

Далее совокупность всех параметров модели, за исключением β и σ_e^2 , обозначается через θ . Апостериорное распределение модели, которое описано выше, оценивают с помощью цепей Маркова методом Монте-Карло [11, с. 506–509]. Сам алгоритм разбивается на следующие шаги:

1. Симуляция латентного уровня α из $f(\alpha|\mathbf{y}, \theta, \beta, \sigma_e^2)$ с использованием метода на основе фильтра Калмана, описанного в работе [15].

2. Симуляция $\theta \sim f(\theta|\mathbf{y}, \alpha, \beta, \sigma_e^2)$.

3. Симуляция итоговых параметров β и σ_e^2 с помощью цепей Маркова со стационарным распределением $f(\beta, \sigma_e^2|\mathbf{y}, \alpha, \theta)$.

Таким образом, прогнозирование временного ряда осуществляется на основании оцененного апостериорного распределения, что соответствует парадигме байесовского вывода.

Ряды Фурье (FS)

Ключевой теоретической предпосылкой, позволяющей с некоторым приближением моделировать сезонность, является применение рядов Фурье в качестве независимой переменной практически во всех описанных выше методах. Обоснованность применения метода в данном качестве обусловлена не только аналитически в рамках данной статьи, но и во многих других источниках. К примеру, ряды Фурье применяются для прогнозирования в технических сферах: в моделировании показателей надежности авиационной техники [16], в математической формализации технического состояния зданий [17] и мн. др. Также широко применение в задачах эконометрического прогнозирования: как прогноз продаж [18], так и для оптимизации поставок [19]. Ограничимся кратким описанием идеи этого метода.

Использование рядов Фурье является частью спектрального анализа. Суть этого анализа состоит в том, чтобы представить временной ряд как сумму определенного вида частот, называемых гармониками:

$$\hat{y}_t = a_0 + \sum_{n=1}^k (a_n \cos nt + b_n \sin nt), \quad (22)$$

где t – является характеристикой периода временного ряда в виде значений длины единичной окружности (например, для 12-месячной сезонности значение для января $t = 0$, для декабря $t = 11\pi/6$), k определяется количество членов в частичной сумме ряда. По сути, здесь решается регрессионная задача для заданного вида Фурье-функции и

оценка параметров a_n и b_n с помощью метода наименьших квадратов. Для решения задачи прогнозирования ключевых показателей, при использовании рядов Фурье, важно регулировать параметр k для получения качественного результата.

Метрика качества прогнозной модели

Для оценки качества применяемых методов в первую очередь исходный ряд разделяется на обучающий и тестовый: на обучающем отрезке рассчитывается модель, на тестовом – вычисляется заданный показатель качества. В случае с рассматриваемыми факторами требуется краткосрочное прогнозирование на срок не более 14–21 дня. Это значит, что, учитывая длину временных рядов за 8 лет, допустимо разбить обучающую и тестовую выборки в соотношении 9 к 1. При частом регулярном пересчете параметров модели подобный подход является оправданным.

Очень важным вопросом при моделировании процессов является выбор функционала, который следует минимизировать или максимизировать в зависимости от контекста задачи. Так как в данном случае речь идет о прогнозировании, необходимо рассмотреть существующий функционал для задач прогнозирования. Наиболее популярные и простые функционалы – это метрики качества прогнозов, основанные на отклонении прогнозного значения от фактического: $(\hat{Y} - Y)$. Ввиду того, что исследуются показатели временных рядов с достаточно однозначным течением процесса, то применяются именно простейшие методы оценки качества [20]. Кроме того, большая часть методов, рассмотренных выше, основаны на этих принципах при расчете модельных параметров. Соответственно в нашем исследовании принято решение выбрать за основную метрику качества корень квадратный от среднеквадратической ошибки модели ($RMSE$):

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (\hat{y}_t - y_t)^2}{n}}, \quad (23)$$

где \hat{y}_t – прогноз целевой переменной, y_t – фактическое значение целевой переменной, n – количество дней в тестовом периоде,

$RMSE$ – корень квадратный от среднеквадратической ошибки модели в тестовом периоде.

В качестве дополнительной метрики для оценки качества выбирается средняя абсолютная ошибка в процентах ($MAPE$):

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{\hat{y}_t - y_t}{y_t} \right| \times 100\% \quad (24)$$

Эти две метрики позволяют объективно оценить точность модели на тестовой выборке и сравнить используемые методы. Кроме того, каждая из предложенных метрик позволяет интуитивно оценить ошибку моделей и сделать выводы о ее качестве.

Таким образом, описаны основные инструменты, с помощью которых производится прогнозирование ключевых переменных, оказывающих влияние на работу розничного сектора. Среди них как классические методы, применяемые на практике, так и новые методы анализа временных данных, которые стоит использовать для решения указанной задачи, одновременно тестируя их на эффективность. Тестирование проходит с помощью оценки метрик качества, на основе которых можно сделать выводы о точности методов. В следующем разделе приведены результаты прогнозирования показателей и оценка эффективности моделей.

Результаты исследования

Представим результаты расчетов прогноза ключевых показателей с помощью моделей анализа временных рядов, способных обобщенно аппроксимировать такие важные показатели для ритейла, как температурный режим и количество чеков.

Температурный режим: анализ и прогнозирование

Влияние температурного режима на работу розничной торговли является очевидным, особенно для товаров повседневного спроса. Погодные условия влияют как на характер, так и на интенсивность покупок. Четкая сезонность спроса по многим видам товаров выделяется не столько по категориям «зима», «весна», «лето» и «осень», сколько по конкретным проявлениям погоды. Например, в жару употребляют больше освежающих напитков, в холодную погоду

летом покупательский поток ограничен для магазинов на окраине города и т.п.

Прогнозирование погодных условий, в том числе температурного режима, – в достаточной степени изученная научно-практическая задача [21]. Поэтому при разработке системы прогнозирования товарного спроса целесообразно использовать данные из специальных сервисов по прогнозированию погоды – «Яндекс. Погода», «Google. Погода», «гp5» и др. Подобные сервисы имеют открытый API (англ. *application programming interface* – «программный интерфейс приложения»), достаточно просто интегрируются с внутренними системами предприятия. Тем не менее существуют некоторые ограничения в их применении:

1. Достоверность прогноза погоды может быть обеспечена только на ограниченное количество дней вперед (например, для Яндекса – до 10 дней). Поскольку цикл заказа может превышать установленные ограничения, это может быть проблемой при прогнозировании спроса.

2. Использование внешних систем может привести к дестабилизации информационной системы предприятия в том случае, если внешний сервис будет какое-то время неисправен.

Поэтому представляется целесообразным строить внутренний прогноз температурного режима, используя описанный инструментальный анализ временных рядов. Это позволит учитывать стабильные тенденции, которые существуют при изменении температурного режима на рассматриваемой местности.

Для временного ряда температур действует несколько предположений:

- имеет место четкая годовая сезонность – это является главной компонентой при прогнозировании;
- ряд имеет сигмоидальную структуру, что позволяет успешно использовать ряды Фурье в качестве дополнительных предикторов.

Для построения прогнозов используется выборка ежедневных средних температур в районе города Ижевска на основании

данных, полученных от метеостанций. Ниже приведен график прогнозов на тестовой выборке по трем методам прогнозирования,

средний прогноз по двум лучшим методам и фактические значения температур (рис. 1).

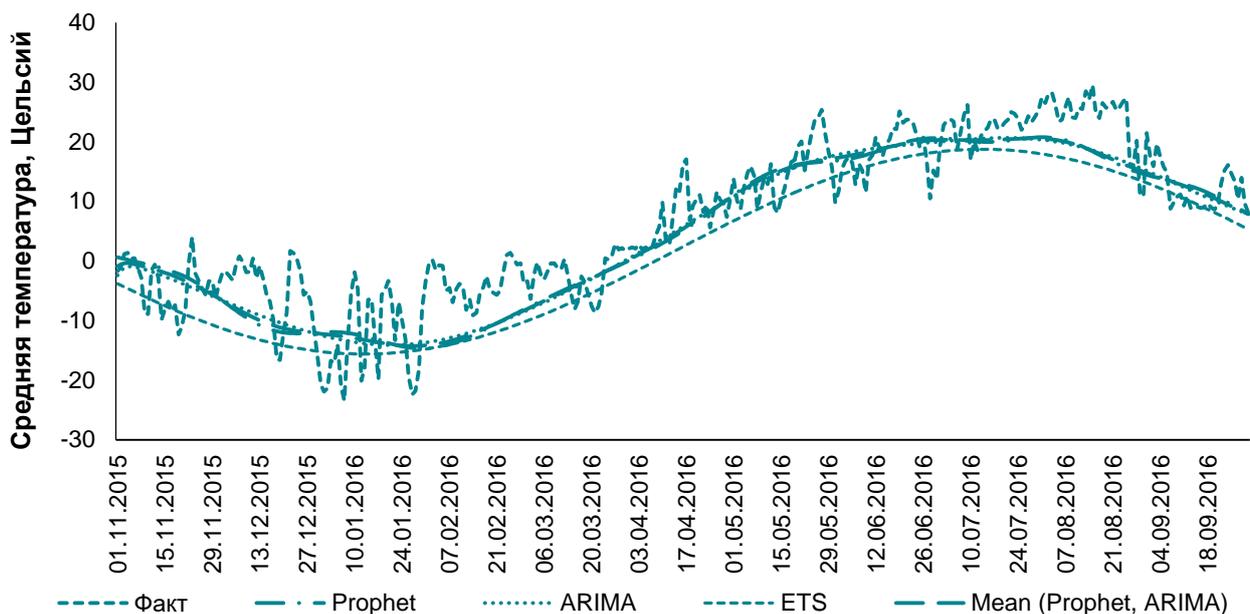


Рис. 1. Динамика средних температур с прогнозами

Выбор только трех методов прогнозирования из представленных обусловлен избыточностью применения каких-то продвинутых методов прогнозирования погодных условий, если в наличии есть информация только по временному ряду средней температуры. При этом более серьезный подход для данной задачи ресурсозатратен, так как решается проблема управления торговым предприятием.

Приведем таблицу с основными метриками прогнозов (табл. 1).

Таблица 1

Результат тестирования методов прогнозирования для температурного режима

Метрика качества	Prophet	ARIMA	ETS	Mean (Prophet, ARIMA)
RMSE	5,60	5,36	6,85	5,46
MAPE, %	201,52	195,49	275,41	197,95

В табл. 1 показана значимость выбора метрики для выявления наиболее эффективного алгоритма прогнозирования. Метрика MAPE показывает себя не лучшим образом, так как исходный временной ряд имеет как положительные, так и отрицательные значения. В случае расчета MAPE,

если разность $\hat{y}_t - y_t$ делится на фактическое значение $y_t \rightarrow 0$, то даже при не столь значительных отклонениях получаем значительное возрастание отношения $(\hat{y}_t - y_t)/y_t$. Поэтому при оценке качества модели следует применять RMSE, который дает более четкую картину реализации метода.

Следует также отметить, что для всех моделей в качестве дополнительных регрессоров использовались суммы гармоник, что повысило точность моделирования. Кроме того, наиболее «успешной» моделью является ARIMA, реализованная на базе алгоритма Хиндмана – Хандакара.

Количество чеков как характеристика покупательского потока: анализ и прогнозирование

Количество чеков является основой оценки работы любого розничного магазина. В частности, оно характеризует интенсивность покупательского потока, который обслуживает магазин. Также показатель участвует при расчете важных финансовых метрик – например, при расчете среднего чека. В любом случае, количество чеков является обобщенной оценкой исполнения тех задач, которые ставит перед собой предприятие – покупательский поток влияет и на прибыль,

и на операционные расходы, и на управление товарными запасами. По нему также делают срез успешности проведенных маркетинговых мероприятий.

Важность количества чеков для оценки около розничного (ресторанный, гостиничный) и розничного бизнеса подтверждается исследованиями в этой области: анализ показателя как определяющего объема выручки для ресторано-гостиничного бизнеса можно найти в работах [22; 23]. Количество чеков характеризует доступность торговой точки для покупателя, а исследование [24], в котором анализируются транзакционные данные с позиции получения информации о лояльности клиентов и покупателей, расширяет понимание того, что количество чеков – это фундаментальный параметр в розничной торговле.

Следовательно, к процедуре прогнозирования данного ключевого показателя необходимо отнестись с особым вниманием. В частности, следует изучить сезонность рядов, внешнюю информацию, которая может способствовать улучшению качества прогноза, а также внимательно относиться к самим фактическим данным, очищая их от ошибок.

Для прогнозирования данного показателя будут применяться все рассматрива-

емые в статье методы. Кроме того, будет использоваться широкий круг экзогенных переменных:

1. Данные о наличии государственного, негосударственного и религиозного праздника за период. Отметим, что для большинства методов (кроме модели Prophet, ввиду ограничений ее спецификации) используется порядковый номер дня праздника в качестве еще одного предиктора.

2. Сезонность характеризуется как годовым периодом, так и недельным. Она задается с помощью фиктивных переменных, а также рядов Фурье.

3. Учитывается также сезонность в рамках месяца, которая связана с сезонностью роста доходов населения (получение заработной платы). Подобная зависимость моделируется полиномом 5-й степени от номера дня в месяце, что также включается практически во все модели, кроме Prophet.

В качестве исходных данных для моделирования использовались ежедневные значения количества чеков в одном из магазинов розничной сети г. Ижевска. Ниже приведен график прогнозов на тестовой выборке по классическим методам (ARIMA, ETS) прогнозирования и фактические значения по количеству чеков (рис. 2).

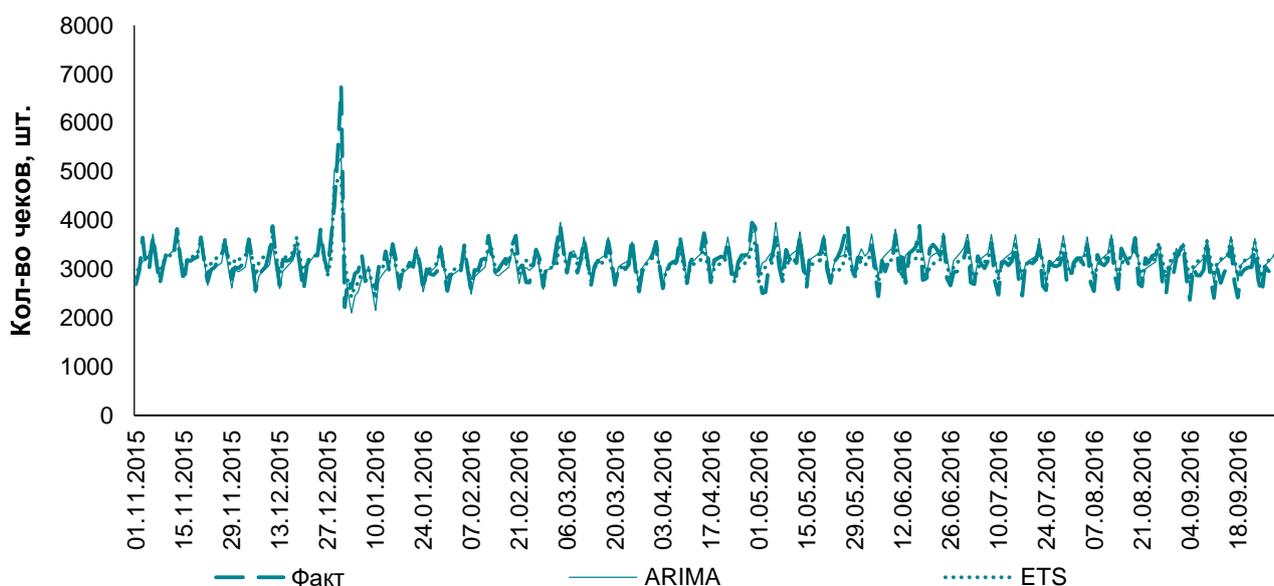


Рис. 2. Динамика количества чеков с прогнозами (классические методы прогнозирования)

На рис. 2 продемонстрирована хорошая аппроксимация фактических значений классическими методами. Далее приводится

аналогичный график с прогнозами чеков с помощью более современных методов (Prophet, CES, BSTS) (рис. 3).

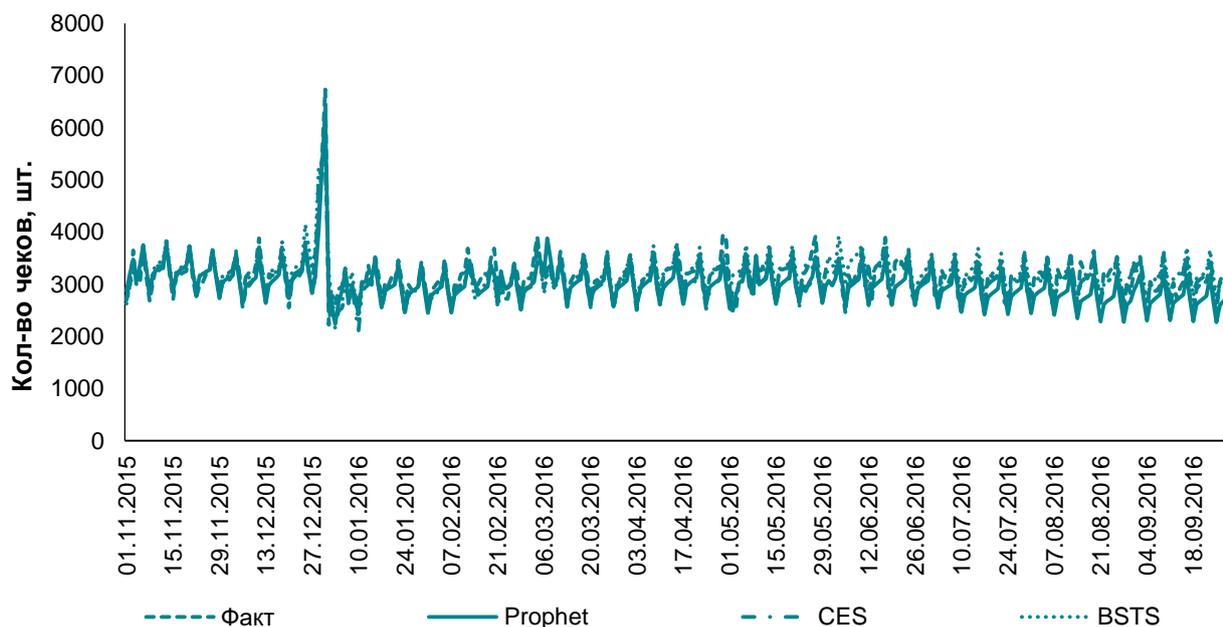


Рис. 3. Динамика количества чеков с прогнозами (современные методы прогнозирования)

Согласно рис. 3 обнаружена высокая степень подгонки моделей на тестовой выборке.

Далее на рис. 4 показан средний прогноз.

Средний прогноз формируется по всем методам, кроме модели экспоненциального сглаживания (ETS). Такой подход применяется из-за высокой коррелированности прогнозов по методам ETS и CES.

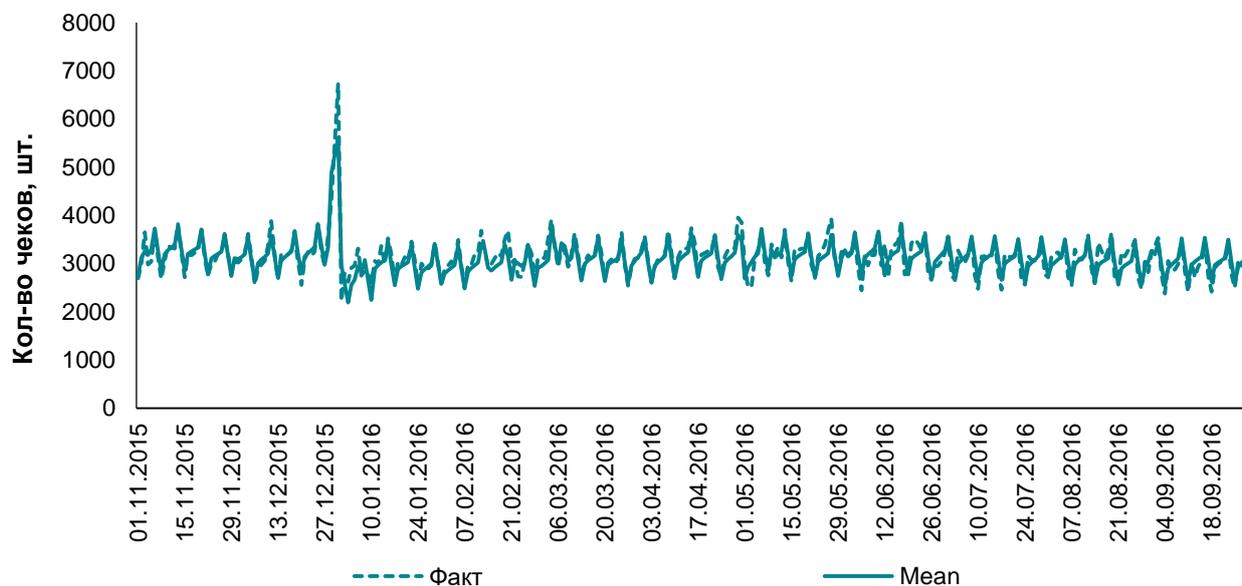


Рис. 4. Динамика количества чеков со средним прогнозом

По указанным метрикам лучшей из двух моделей является CES. В табл. 2 приведены метрики прогнозов.

Таблица 2

Результат тестирования методов прогнозирования для количества чеков

Метрика качества	Prophet	ARIMA	ETS	CES	BSTS	Mean
RMSE	240,46	224,40	228,54	227,54	230,86	188,69
MAE, %	6,05	5,26	5,30	5,40	5,47	4,43

Из табл. 2 видно, что значение среднего арифметического по прогнозам имеет лучшие метрики в сравнении с остальными прогнозами.

Следует отметить, что как для температурного режима, так и для количества чеков наиболее точным методом является ARIMA. В отличие от авторегрессионного метода достоинством иных методов, как было отмечено в предыдущем разделе, является возможность разложить ряд на четкие компоненты – тренд, сезонность, ошибка – что, безусловно, повышает интерпретируемость методов, позволяет сделать выводы о характере исследуемой целевой переменной. Тем не менее основной задачей исследования является повышение точности моделей, которые оцениваются с помощью заданных метрик. Более того, проведенное исследование показало, что на значения метрик разного типа влияют особенности в прогнозируемой целевой переменной, что свидетельствует о правильности применения комплекса метрик для получения корректных результатов.

Заключение

Исследование показало, что прогнозирование ключевых факторов, влияющих на деятельность торгового предприятия, является важным этапом подготовки качественных управленческих решений. Само прогнозирование данных обобщенных показателей может быть использовано при реализации более сложного моделирования, например в рамках прогнозирования по конкретной номенклатурной позиции.

Использованные методы прогнозирования временных рядов позволяют делать довольно точный прогноз с малым уровнем ошибки на достаточно длительных проме-

жутках времени (в рассматриваемом исследовании этот период составил примерно год). Следовательно, на более коротких промежутках времени предложенный инструментарий прогнозирования будет давать еще более точные результаты. Это важно с точки зрения дальнейшего развития методов оперативного планирования и управления запасами предприятия.

Тем не менее прогноз погодных условий не может быть реализован только на основании временного ряда температур и понимании сезонности процесса. Для управленческих целей и в случае отсутствия возможности доступа к более совершенным внешним прогнозам (Яндекс. Погода, гp5, Gismeteo и др.) подобный прогноз может быть использован для принятия обоснованных управленческих решений. В связи с тем что какая-либо средняя оценка из всех рассматриваемых прогнозов не является эффективной ввиду наличия серьезных шумов для применяемых методов прогнозирования, в работе предложено использовать метод ARIMA-моделирования.

В исследовании также показано, что решающее значение для прогнозирования деятельности розничной сети имеет показатель количества чеков. В связи с этим при моделировании должна учитываться информация по экзогенным переменным – праздникам, их длительности, сезонности в доходах населения. По итогам моделирования лучшим прогнозом является среднее по несильно коррелированным методам, что говорит о возможности создания успешной комбинации на основе рассмотренных моделей, в том числе и нелинейной. Подобного рода комбинацию, взвешенную по ошибкам, можно увидеть в работе [25].

Дальнейшим этапом исследования может являться использование предложенного инструментария в создании системы прогнозирования товарного спроса на розничном предприятии. Кроме того, перспективным направлением может считаться разработка системы планирования в организации розничной и околорозничной торговли на базе методов прогнозирования с помощью инструментов анализа временных рядов.

Список литературы

1. Пивкин К.С. Корреляционный анализ факторов влияния на покупательский спрос розничного магазина как этап формирования модели прогнозирования и управления запасами // Вестник УдГУ. Сер. Экономика и право. 2016. № 3. С. 40–50.
2. Hyndman R.J., Khandakar J. Automatic time series forecasting: The forecast Package for R. // Journal of Statistical Software. July 2008. Vol. 27. Iss. 3. P. 1–22. doi:10.18637/jss.v027.i03.
3. Svetunkov I., Kourentzes N. Complex exponential smoothing // Working Paper of Department of Management Science. Lancaster University. 2015. P. 1–31. doi: 10.13140/RG.2.1.3757.2562. URL: <https://www.researchgate.net/publication/283488877> (дата обращения: 12.06.2017).
4. Svetunkov I. Complex exponential smoothing. A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy. Lancaster, Lancaster University, 2016. 132 p. URL: <http://eprints.lancs.ac.uk/82749/> (дата обращения: 01.08.2017).
5. Taylor S.J., Letham B. Forecasting at scale. 2017. URL: https://facebookincubator.github.io/prophet/static/prophet_paper_20170113.pdf (дата обращения: 01.08.2017).
6. Varian H.R. Big data: New tricks for econometrics // Journal of Economic Perspectives. 2014. Vol. 28. № 2. P. 3–28.
7. Чучуева И.А., Павлов Ю.Н. Экстраполяция псевдослучайных процессов по максимуму подобия // Наука и образование. Электронное научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2009. № 7. URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/129712.html> (дата обращения: 12.06.2017).
8. Чурсин Ю.А., Михалевич С.С., Байдали С.А. Моделирование систем автоматического управления методом пространства состояний // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2012. № 10. С. 11–17.
9. Da Veiga C.P., Da Veiga C.R.P., Catapan A., Tortato U., Da Silva W.V. Demand forecasting in food retail: A comparison between the Holt Winters and ARIMA models // In WSEAS Transactions on Business and Economics. 2014. Vol. 11. P. 608–614.
10. Джеймс Г., Уиттон Д., Хастис Т., Тибширани Р. Введение в статистическое обучение с примерами на языке R. / пер. с англ. С.Э. Мастицкий. М.: ДМК-Пресс, 2016. 460 с.
11. Кэмерон Э.К. Микроэконометрика: методы их применения. Книга 1 / Э.К. Кэмерон, П.К. Триведи; пер. с англ. [Сурен Авакян и др.]; под науч. ред. Б. Демешева. М.: Дело, 2015. 552 с.
12. Айвазян С.А. Байесовский подход в эконометрическом анализе // Прикладная эконометрика. 2008. № 1(9). С. 93–130.
13. Scott S.L., Varian H.R. Predicting the present with bayesian structural time series. 2013. URL: <https://ssrn.com/abstract=2304426> (дата обращения: 05.08.2017).
14. Цыплаков А. Введение в моделирование в пространстве состояний // Квантиль. 2011. № 9. С. 1–24.
15. Durbin J., Koopman S.J. Time series analysis by state space methods. Oxford: Oxford University Press, 2001. 273 p.
16. Васильева Т.В. Прогнозирование показателей надежности авиационной техники с использованием рядов Фурье // Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2016. Т. 15. С. 1476–1480. URL: <http://e-koncept.ru/2016/96214.htm> (дата обращения: 01.06.2017).
17. Бельый В.С., Адамушко Н.Н. Применение рядов Фурье для прогнозирования технического состояния здания // Экология и строительство. 2015. № 1. С. 11–14.
18. Власова Ю.Е., Малич А.В., Закревская Е.А. Прогнозирование продаж методами гармонического анализа // Международный студенческий научный вестник. 2016. № 2. URL: <https://www.eduherald.ru/ru/article/view?id=15861> (дата обращения: 18.06.2017).
19. Горлач Б.А., Шигаева Н.В. Применение рядов Фурье для прогнозирования и оптимизации поставок предприятия оптовой торговли в аспекте управления собственным и арендуемым транспортом // Экономика и менеджмент инновационных технологий. 2014. № 7 (34). URL: <http://ekonomika.sauka.ru/2014/07/5292> (дата обращения: 18.06.2017).
20. Турунцева М.Ю. Оценка качества прогнозов: простейшие методы // Российское предпринимательство. 2011. № 8–1 (189). С. 50–56.
21. Жуликов С.Е. Математическое моделирование краткосрочного прогноза погоды // Вестник Тамбовского университета. Сер.: Естественные и технические науки. 2009. Vol. 14. С. 1021–1026.
22. Трохинова А.А., Карапетян Т.А. Анализ эффективности деятельности предприятия ресторанно-гостиничного бизнеса // Экономическая наука сегодня: теория и практика: материалы V Междуна-

науч.-практ. конф. (Чебоксары, 3 дек. 2016 г.) / редкол.: О.Н. Широков [и др.]. Чебоксары: ЦНС «Интер-актив плюс», 2016. С. 95–101.

23. Катаева Н.Н. Характеристика и оценка эффективности мерчандайзинга продуктового магазина // *Nauka-rastudent.ru*. 2014. № 12-1(12).. URL: <http://naukarastudent.ru/12/2242> (дата обращения: 18.06.2017).

24. Никитин А.П. Анализ транзакционных данных и определение количественных критериев лояльности клиентов // *Экономика. Налоги. Право*. 2012. № 2. С. 113–124.

25. Пересунько П.В., Должанская С.А. Реализация и исследование результатов взвешенного прогноза // *Современные информационные технологии*. 2016. № 23. С. 52–55.

Статья поступила в редакцию 30.06.2017

Сведения об авторе

Пивкин Кирилл Сергеевич – аспирант кафедры математических методов в экономике Удмуртский государственный университет; ведущий аналитик, ПАО «Быстробанк» (426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1; 426008, Россия, г. Ижевск, ул. Пушкинская, 268; e-mail: pivkins_91@mail.ru).

References

1. Pivkin K.S. Korrelyatsionnyi analiz faktorov vliyaniya na pokupatel'skii spros roznichnogo magazina kak etap formirovaniya modeli prognozirovaniya i upravleniya zapasami [Correlation of the factors influencing the customer demand in retail store sector as a stage of formation of a model of prediction and inventory control]. *Vestnik UdGU. Ser. Ekonomika i pravo* [Bulletin of Udmurt University. Series Economics and Law], 2016, iss. 3, pp. 40–50. (In Russian).

2. Hyndman R.J., Khandakar J. Automatic time series forecasting: The forecast Package for R. *Journal of Statistical Software*, July 2008, vol. 27, iss. 3, pp. 1–22. doi:10.18637/jss.v027.i03.

3. Svetunkov I., Kourentzes N. *Complex exponential smoothing*. Working Paper of Department of Management Science. Lancaster University, 2015, pp. 1–31. doi: 10.13140/RG.2.1.3757.2562. Available at: <https://www.researchgate.net/publication/283488877> (accessed 12.06.2017).

4. Svetunkov I. *Complex exponential smoothing*. A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy. Lancaster, Lancaster University, 2016. 132 p. Available at: <http://eprints.lancs.ac.uk/82749/> (accessed 01.08.2017).

5. Taylor S.J., Letham B. *Forecasting at scale*. 2017. Available at: https://facebookincubator.github.io/prophet/static/prophet_paper_20170113.pdf (accessed 01.08.2017).

6. Varian H.R. Big data: New tricks for econometrics. *Journal of Economic Perspectives*, 2014, vol. 28, no. 2, pp. 3–28.

7. Chuchueva I.A., Pavlov Yu.N. Ekstrapolyatsiya psevdosluchainykh protsessov po maksimumu podobiya [Extrapolation of pseudorandom processes on a maximum of similarity]. *Nauka i obrazovanie. Elektronnoe nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education. Scientific Edition of Bauman Moscow State Technical University], 2009, no. 7. (In Russian) Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/129712.html> (accessed 12.06.2017).

8. Chursin Yu.A., Mikhalevich S.S., Baidali S.A. Modelirovanie sistem avtomaticheskogo upravleniya metodom prostranstva sostoyanii [Modelling of automatic control systems with a state space method]. *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika* [Tools and Systems. Management, Control, Diagnostics], 2012, no. 10, pp. 11–17. (In Russian).

9. Da Veiga C.P., Da Veiga C.R.P., Catapan A., Tortato U., Da Silva W.V. Demand forecasting in food retail: A comparison between the HoltWinters and ARIMA models. *WSEAS Transactions on Business and Economics*, 2014, vol. 11, pp. 608–614.

10. Gareth J., Witten D., Hastie T., Tibshirani R. *Vvedenie v statisticheskoe obuchenie s primerami na yazyke R* (per. s angl. S.E. Mastitskii) [An introduction to statistical learning (transl. from Engl. by S.E. Mastitskii)]. Moscow, DMK-Press Publ., 2016. 460 p. (In Russian).

11. Kameron E.K., Trivedi P.K. *Mikroekonometrika: Metody ikh primeneniya*. Kniga 1. Per. s angl. Suren Avakyan i dr. Pod nauch. red. B. Demesheva [Micro-econometrics: Methods of their application. Book

1. Translated from English by Suren Avakyan, at el. Scient. edit. by B. Demesheva], Moscow, Delo Publ., 2015, 552 p. (In Russian).
12. Aivazyan S.A. Baiesovskii podkhod v ekonometricheskom analize [Bayesian method in econometrics]. *Prikladnaya ekonometrika* [Applied Econometrics], 2008, no. 1(9), pp. 93–130. (In Russian).
13. Scott S.L., Varian H.R. *Predicting the present with Bayesian structural time series*. 2013. Available at: <https://ssrn.com/abstract=2304426> (accessed 05.08.2017).
14. Tsyplakov A. Vvedenie v modelirovanie v prostranstve sostoyanii [An introduction to state space modelling]. *Kvantil'* [Quantile], 2011, no. 9, pp.1–24. (In Russian).
15. Durbin J., Koopman S.J. *Time series analysis by state space methods*. Oxford, Oxford University Press, 2001. 273 p.
16. Vasil'eva T.V. Prognozirovaniye pokazatelei nadezhnosti aviatsionnoi tekhniki s ispol'zovaniem ryadov Fur'e [Forecasting of reliability indices of aviation equipment using Fourier series]. *Nauchno-metodicheskii elektronnyi zhurnal "Kontsept"* [Scientific and Methodological Electronic Journal "Concept"], 2016, vol. 15, pp. 1476–1480. (In Russian) Available at: <http://e-koncept.ru/2016/96214.htm> (accessed 01.06.2017).
17. Belyi V.S., Adamushko N.N. Primeneniye ryadov Fur'e dlya prognozirovaniya tekhnicheskogo sostoyaniya zdaniya [The application of Fourier series for the technological forecasting of the building condition]. *Ekologiya i stroitel'stvo* [Ecology and Construction], 2015, no. 1, pp. 11–14. (In Russian).
18. Vlasova Yu.E., Malich A.V., Zakrevskaya E.A. Prognozirovaniye prodazh metodami garmonicheskogo analiza [Forecast of sales using wave analysis method]. *Mezhdunarodnyi studencheskii nauchnyi vestnik* [International Student Scientific Bulletin], 2016, no. 2. (In Russian) Available at: <https://www.eduherald.ru/ru/article/view?id=15861> (accessed 18.06.2017).
19. Gorlach B.A., Shigaeva N.V. Primeneniye ryadov Fur'e dlya prognozirovaniya i optimizatsii postavok predpriyatiya optovoi trgovli v aspekte upravleniya sobstvennym i arenduemym transportom [The Fourier series application for prediction and optimization of delivery costs]. *Ekonomika i menedzhment innovatsionnykh tekhnologii* [Economics and Innovations Management], 2014, no. 7 (34). (In Russian) Available at: <http://ekonomika.snauka.ru/2014/07/5292> (accessed 18.06.2017).
20. Turuntseva M.Yu. Otsenka kachestva prognozov: prosteishie metody [Forecast quality assessment: The simplest methods]. *Rossiiskoe predprinimatel'stvo* [Russian Journal of Entrepreneurship], 2011, no. 8-1 (189), pp. 50–56. (In Russian).
21. Zhulikov S.E. Matematicheskoe modelirovanie kratkosrochnogo prognoza pogody [Mathematical modelling of short-term weather forecast]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Ser.: Estestvennye i tekhnicheskie nauki* [Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences], 2009, vol. 14, no. 5-2, pp. 1021–1026. (In Russian).
22. Trokhinova A.A., Karapetyan T.A. Analiz effektivnosti deyatel'nosti predpriyatiya restorannogostinichnogo biznesa [Efficiency analysis of restaurant and hotel business activity]. *Ekonomicheskaya nauka segodnya: Teoriya i praktika: materialy V Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii (3 dek. 2016 g., g. Cheboksary)* [Economics today: Theory and practice: Proceedings of the 5-th International scientific practical conference (December 3, 2016, Cheboksary)]. Ed. by O.N. Shirokov et al. Cheboksary, TSNS "Interaktiv plyus" Publ., 2016, pp. 95–101. (In Russian).
23. Kataeva N.N. Kharakteristika i otsenka effektivnosti merchandaizinga produktovogo magazina [Characteristics and assessment of the efficiency of grocery store merchandizing]. *Nauka-rastudent.ru* [Electronic Scientific and Practical Journal "Nauka-rastudent.ru"], 2014, no. 12-1(12). (In Russian) Available at: <http://naukarastudent.ru/12/2242> (accessed 18.06.2017).
24. Nikitin A.P. Analiz tranzaktsionnykh dannykh i opredeleniye kolichestvennykh kriteriev loyali'nosti klientov [Analysis of transactional data and identification of quantitative criteria of customer loyalty]. *Ekonomika. Nalogi. Pravo* [Economics. Taxes. Law], 2012, no. 2, pp. 113–124. (In Russian).
25. Peresun'ko P.V., Dolzhanskaya S.A. Realizatsiya i issledovaniye rezul'tatov vzhveshennogo prognoza [Implementation and research of weighted prediction results]. *Sovremennyye informatsionnyye tekhnologii* [Current Information Technologies], 2016, no. 23, pp. 52–55. (In Russian).

The date of the manuscript receipt: 30.06.2017

Information about the Author

Pivkin Kirill Sergeevich – Postgraduate Student at the Department of Mathematical Methods in Economics, Udmurt State University; Leading analyst, PJSC "Bystrobank" (1, Universitetskaya st., Izhevsk, 426034, Russia; 268, Pushkinskaya st., Izhevsk, 426008, Russia; e-mail: pivkins_91@mail.ru).

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Пивкин К.С. Прогнозирование ключевых показателей розничной сети во времени // Вестник Пермского университета. Сер. «Экономика» = Perm University Herald. Economy. 2017. Том 12. № 4. С. 592–608. doi: 10.17072/1994-9960-2017-4-592-608

Please cite this article in English as:

Pivkin K.S. Forecast of key indicators of retail network in time. *Vestnik Permskogo universiteta. Seria Ekonomika = Perm University Herald. Economy.* 2017, vol. 12, no. 4, pp. 592–608. doi: 10.17072/1994-9960-2017-4-592-608