

РАЗДЕЛ II. ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ

doi 10.17072/1994-9960-2019-3-388-405

УДК 330.4(574)

ББК 65.9(4/8)

JEL Code G21, G28, G30, C54, O11, O53

**ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ  
ПРОЕКТАМИ ПРОБЛЕМНЫХ БАНКОВСКИХ АКТИВОВ  
ДЛЯ ЭКОНОМИКИ КАЗАХСТАНА****Алмас Максатович Калимолдаев<sup>a</sup>**ORCID ID: [0000-0003-1584-2393](https://orcid.org/0000-0003-1584-2393), Researcher ID: [2969-358](https://orcid.org/2969-358), e-mail: [kalimoldayev85@gmail.com](mailto:kalimoldayev85@gmail.com)**Николай Николаевич Оленёв<sup>b,c</sup>**ORCID ID: [0000-0002-1032-2455](https://orcid.org/0000-0002-1032-2455), Researcher ID: [Q-8304-2019](https://orcid.org/Q-8304-2019), e-mail: [nolenev@mail.ru](mailto:nolenev@mail.ru)<sup>a</sup> Казахский национальный университет им. Аль-Фараби (Республика Казахстан, 050040, г. Алматы, пр. Аль-Фараби, 71)<sup>b</sup> Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук (Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова, 40)<sup>c</sup> Математический институт им. С.М. Никольского Российского университета дружбы народов (Россия, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6)

Мировой финансовый кризис 2007–2008 гг. оказал существенное негативное воздействие на банковскую систему экономики Республики Казахстан. Резко выросла доля просроченной задолженности, что привело к значительному сокращению количества выданных кредитов и замедлению темпов экономического роста. Оказанная банкам финансовая помощь в размере трех трлн тенге не привела к восстановлению объемов кредитования реального сектора экономики, поэтому для оздоровления банковской системы Правительством Республики Казахстан был создан АО «Фонд проблемных кредитов». Как показывает зарубежный опыт, такого рода специализированные организации являются эффективными институтами управления проблемными активами, деятельность которых содействует оздоровлению национальной экономики через выкуп проблемных активов банков и взыскание задолженности по кредитам. Для исследования возможности использования международного опыта по управлению проектами проблемных банковских активов на основе создания АО «Фонд проблемных кредитов» в условиях экономики Казахстана в статье предложена новая математическая модель взаимодействия четырех субъектов экономики: банки второго уровня с нормальными активами; специализированные подразделения банков второго уровня по работе с проблемными активами (плохой банк); центральный банк, государственный плохой банк – АО «Фонд проблемных кредитов». При описании деятельности банков второго уровня определены внутренние ограничения на перевод проблемных активов в плохой банк на основе трех схем: 1) самостоятельное управление проектами проблемных активов; 2) безотзывный выкуп проблемных активов; 3) соглашение об обратном выкупе между фондом и плохим банком. Для оценки влияния проектов проблемных активов банков на экономику Казахстана разработанная модель дополнена анализом поведения трех экономических агентов – производителей, домашних хозяйств и правительства. В качестве конкретных научных результатов в исследовании найдено эндогенное условие, ограничивающее объем предоставляемого государством выкупа проблемных активов в виде лимита на долю оздоравливаемых проблемных активов; рассчитан объем переходящих в создаваемый плохой банк застрахованных депозитов домашних хозяйств, объем передаваемого в плохой банк собственного капитала и объем дополнительно списываемого собственного капитала в связи с образованием плохого банка; рассчитан максимальный объем новых кредитов банков второго уровня без учета новых кредитов плохого банка. В последующих исследованиях теоретическую модель предполагается верифицировать на реальных статистических данных для анализа влияния на экономику Казахстана различных схем выкупа правительством проблемных активов, а также для составления сценарных прогнозов. Построенная теоретическая модель может быть экстраполирована на экономику других стран в качестве инструментария управления проектами проблемных банковских активов.

*Ключевые слова:* проблемные активы, экономика Казахстана, плохой банк, мировой финансовый кризис, банковская система, фонд проблемных активов, банковский баланс, государственные облигации, схема безотзывного выкупа, схема с обратным выкупом, экономико-математическая модель.

© Калимолдаев А.М., Оленёв Н.Н., 2019



## **AN ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODEL FOR PROJECT MANAGEMENT OF DISTRESSED BANK ASSETS FOR THE ECONOMY OF KAZAKHSTAN**

**Almas M. Kalimoldaev<sup>a</sup>**

ORCID ID: [0000-0003-1584-2393](https://orcid.org/0000-0003-1584-2393), Researcher ID: [2969-358](https://orcid.org/2969-358), e-mail: [kalimoldayev85@gmail.com](mailto:kalimoldayev85@gmail.com)

**Nikolai N. Olenev<sup>b,c</sup>**

ORCID ID: [0000-0002-1032-2455](https://orcid.org/0000-0002-1032-2455), Researcher ID: [Q-8304-2019](https://orcid.org/Q-8304-2019), e-mail: [nolenev@mail.ru](mailto:nolenev@mail.ru)

<sup>a</sup> Al-Farabi Kazakh National University (71, Al-Farabi prospekt, Almaty, 050040, the Republic of Kazakhstan)

<sup>b</sup> Institution of Russian Academy of Sciences Dorodnicyn Computing Centre of the Russian Academy of Sciences (40, Vavilova st., Moscow 119333, Russia)

<sup>c</sup> S.M. Nikol'skii Mathematical Institute, RUDN University (6, Miklukho-Maklaya st., Moscow, 117198, Russia)

The global financial crisis 2007–2008 had a significant impact on the banking system of Kazakhstan. The share of overdue debt has risen sharply. As a result, lending to the economy and economic growth has stalled. Financial resources issued to second-tier banks in the amount of three trillion tenge did not increase the volume of lending to the economy. The Government created the Fund of Distressed Loans to form a new mechanism for improving the banking system. According to the foreign experience the organizations of this type are considered to be efficient institutes for the management of distressed assets as their activity improves national economy by buying out the assets and collecting credit debts. This work offers a new mathematical model of the banking system included in the economy model. This is done to study the possibility of using international experience in project management of distressed bank assets in the economy of Kazakhstan. Upon describing a bank system there have been differentiated four economic agents: second-tier banks; subdivisions of second-tier banks specialized on the work with the distressed assets (bad bank); central bank; fund of distressed assets. In describing the activity of second-tier banks there have been defined the internal restrictions on the distressed assets transfer to a bad bank. When describing the activities of a bad bank three key problem resolution schemes have been presented: 1) independent project management of distressed assets; 2) distressed assets irrevocable repurchase; 3) an agreement on buy-back between the fund and a bad bank. To investigate the effect of the banks distressed assets projects at Kazakhstan economy the model is focused at consideration of additional economic agents: producers, private household, and Government. Here as a form of particular scientific results internal restrictions of the second-tier banks to transfer distressed assets to a bad bank has been found for the first time; the amount of households insured deposits, the volume of equity transferred to a bad bank and the amount of the equity additionally decommissioning to a bad bank due to its organization has been calculated; the maximum volume of new credits by the second-tier banks excluding the new credits of a bad bank has also been distinguished. Further studies will be devoted to the verification of the theoretical model in the case study of real statistical data to analyze the impact on the economy of Kazakhstan of various schemes for the repurchase of distressed assets by the Government, as well as to make scenario forecasts. In principal, the constructed model can be used to study the impact of distressed asset management on the economies of other countries.

*Keywords: distressed assets, the Kazakhstan economy, bad bank, global financial crisis, banking system, distressed assets fund, bank balance, government bonds, outright sale scheme, repurchase scheme, economic and mathematical model.*

### **Введение**

Одним из последствий интеграции Казахстана в глобальные экономические процессы стало воздействие мирового финансового кризиса 2007–2008 гг. на экономику республики. Большое влияние, в частности, оказали изменения в курсовой политике России в 2008 г. и 2014–2016 гг. В результате конъюнктура реального сектора экономики Казахстана изменилась таким образом, что многие производители, связанные

с внешним рынком, оказались в критической ситуации. Это вызвало значительный рост доли проблемных кредитов в банковской сфере Казахстана. Рост проблемных активов банков сопровождается резким сокращением объема новых кредитов, в результате которого рост экономики существенно замедляется. Для роста текущей прибыли отдельному коммерческому банку может быть выгодным обанкротить производителя и продать его активы по частям, однако для экономики в целом это может

иметь негативный эффект, поскольку есть, например, предприятия, деятельность которых является стратегически значимой для отдельных регионов или страны в целом.

Банковская система Республики Казахстан все еще находится в процессе формирования. Столкнувшись с экономическим кризисом, правительство Казахстана выделило прямую поддержку банкам в размере более 3 трлн тенге. Однако объем выделенных банками кредитов экономике не увеличился. Поэтому глава государства на совещании по итогам деятельности национального банка в апреле 2018 г. заявил о закрытии программы национального банка по оздоровлению проблемных банков.

Для возобновления экономического роста требуется экономическая политика государства по оздоровлению банковских активов и поддержке реального сектора экономики. Поэтому проблему управления проектами проблемных активов банков Казахстана необходимо рассматривать с точки зрения экономики в целом и разрабатывать модели управления проблемными банковскими активами с учетом международного опыта оздоровления национальной банковской системы.

#### **Теоретическое обоснование разработки модели управления проектами проблемных банковских активов**

Существует ряд работ, которые исследуют проблемы развития национальной банковской системы с помощью математических моделей. В частности, в модели Е.М. Оракбаева, С.Н. Боранбаева, М.П. Ващенко, А.А. Шананина [1] учтена специфика отраслей экономики Казахстана и особенности конкуренции отечественных производителей с импортными аналогами на внутреннем рынке. Рассмотрены вопросы формирования межсекторального баланса для расширенной структуры экономики. В работе [2] в связи с проблемой агрегирования экономических описаний представлены условия корректного определения экономического агента – основного понятия математической экономики. В исследовании [3] рассмотрены методологические основы моделей межвременного

равновесия на примере экономики России во время кризиса. В трудах [4; 5] строится модель межвременного равновесия, которая применяется для описания общего экономического равновесия Республики Казахстан. Для одних макроэкономических агентов сформулированы оптимизационные задачи, поведение других задано сценарием. Модель откалибрована по квартальным данным, характеризующим реальный и финансовый секторы экономики в режиме, близком к сбалансированному росту. В вышеуказанных моделях проблемные кредиты в явном виде не учитываются.

А.Ю. Александровым систематизированы основные определения проблемного кредита, используемые в международной практике [6]. По нашему мнению, для целей настоящего исследования можно ограничиться кратким и четким определением федеральной банковской системы США [6], по которому проблемный кредит – это кредит или ссуда, не приносящие доходов, т. е. процентных платежей, и/или выплаты процентов по которым задерживаются более чем на 90 дней. Для банков кредиты, в том числе и проблемные, являются активами. При этом, по мнению Р.И. Найденовой, создание специализированного подразделения с привлечением соответствующих специалистов по работе с проблемными активами является наиболее эффективным средством в сопровождении проблемного кредита по его жизненному циклу [7].

В работе [8] даны предложения по совершенствованию системы управления проблемными активами в банках второго уровня<sup>1</sup> Казахстана. В исследовании [9] проведен анализ динамики просроченной задолженности по кредитам в России, выделены направления оптимизации проблемных активов на уровне банка в современных условиях (увеличение объемов взыскания, ускорение процесса взыскания за счет реструктуризации, уменьшение расходов при передаче проблемных активов

<sup>1</sup> Банки второго уровня – это местные и иностранные банки Республики Казахстан.

в специально созданные финансовые структуры). В работе [10] анализируется опыт коммерческих банков Украины по управлению задолженностью по кредитам; в [11] рассмотрены внутренние и внешние методы управления проблемными кредитами в современных условиях Украины. Методы управления проблемными кредитами и способы их рационального использования в практике зарубежных стран анализируются в трудах О.Е. Зелик [12] и Н.Н. Лисициной, Р.Ю. Черкашнева [13]. В настоящей работе в качестве проблемных активов рассматриваются только проблемные кредиты производителям, поэтому эти два понятия используются в качестве синонимов.

В исследованиях [14; 15] рассмотрена нормативная модель экономики Республики Казахстан с учетом проблемных активов банков. Такая модель описывает банковскую систему в агрегированном виде и позволяет откалибровать основные параметры модели, соответствующие состоянию экономики Казахстана в посткризисный период. В нашей работе на основе методологических принципов и предпосылок, изложенных в трудах [1–5; 7–8; 14–15], строится модель современной экономики Казахстана, описывающая экономических агентов, участвующих в проектах с проблемными кредитами.

Цели оздоровления банковских активов служит принятое в мировой практике разделение коммерческого банка с большой долей проблемных активов на «плохой банк» (*bad bank*) и «хороший банк» (*good bank*) [16; 17]. В исследовании [16] утверждается, что банк слишком большого размера для банкротства должен быть немедленно передан в государственную собственность и решительно реструктурирован путем обязательного преобразования долга в капитал или списания долга. В свою очередь, в исследовании [17] разработана модель анализа двух различных способов приобретения государственным учреждением проблемных активов коммерческих банков: заключение безвозвратного договора уступки прав требований по проблемному активу и заключение уступки прав требований с обратным вы-

купом проблемных активов у государственного учреждения. Участие в данных сделках повышает платежеспособность коммерческого банка и позволяет выдавать новые кредиты.

Уточним, что в настоящей статье плохим банком мы будем называть только совокупность специализированных подразделений банков второго уровня по работе с плохими активами. Часть проблемных активов из этой совокупности подразделений потенциально может быть выкуплена государственным плохим банком, как он называется в [17]. Государственный плохой банк в настоящее время в Казахстане называется АО «Фонд проблемных кредитов».

При разделении проблемных банков на плохой и хороший специализированным подразделениям банков по работе с проблемными активами (плохому банку) достаются проблемные активы и необходимые пассивы для сведения банковского баланса. При этом активы переоценивают по их ожидаемой отдаче. Пассивами являются собственный капитал и часть депозитов. Здесь мы считаем депозиты населения полностью застрахованными, и эластичными: они свободно перемещаются среди коммерческих банков и их подразделений. В хорошем банке остаются нормальные активы, включая резервы в центральном банке.

Такая политика разделения проблемных банков действует и в Казахстане. Кроме специализированных подразделений, существует, как мы уже говорили, принадлежащий государству плохой банк, в настоящее время это АО «Фонд проблемных кредитов», оператор специальных программ по содействию в оздоровлении банковского сектора путем выкупа неработающих займов у банков второго уровня. Решение об участии в схемах выкупа принимают специализированные подразделения по управлению проблемными активами. Действует также практика оздоровления активов банков второго уровня собственными силами на основе этих специализированных подразделений.

Остановимся подробнее на изучении зарубежного опыта оздоровления банковской системы.

Кризис сбережений и займов 1980-х гг. в США исследован в трудах [18; 19]. В работе [18] показано, что кризис сбережений и займов был вызван не столько широко распространенным мошенничеством, сколько крайней спецификой экономических условий начала 1980-х гг., плохо продуманной дерегулирующей политикой и некорректной бухгалтерской практикой в анахроничной банковской системе конца 1970-х гг. В качестве рекомендаций предлагается использовать более эффективные методы сбора информации о сбережениях до того, как они станут неплатежеспособными, требования к страхованию депозитов, а также более сильные полномочия раннего вмешательства регулирующих органов. В исследовании [19] дана классификация затрат по сегментам страховых агентств США и идентифицированы составляющие затрат налогоплательщиков.

Банковский кризис начала 1990-х гг. в Швеции проанализирован в работе [20]. Обычно его рекомендуют как образец быстрого разрешения проблем с кредитами путем передачи проблемной задолженности специализированным компаниям по управлению активами. Следует заметить, однако, что этот кризис был локализован в Северной Европе. Быстрому его разрешению способствовал рост мировой экономики, не затронутой локальным кризисом. Кроме того, тогда не использовались сложные инновационные финансовые продукты, которые способствовали распространению кризиса 2007 г. на весь мир.

В работе [21] обсуждаются преимущества предоставления государственного капитала конкурирующим частным фондам в свете современного мирового финансового кризиса. В [22] рассмотрена схема плохого банка, которая сочетается с требованием компенсации. Эта схема успешно использовалась в двух предыдущих долговых кризисах Германии. Основная идея заключается в том, чтобы временно обменять проблемные активы на государственные облигации с открытой датой погашения. Такой

подход оставляет общие убытки банкам, однако позволяет избежать проблемы предварительной оценки проблемных активов.

В работе [23] дан анализ оптимальной политики выкупа правительством унаследованных активов для восстановления неликвидного рынка. Правительство оптимальным образом выкупает унаследованные активы и очищает рынок от самых слабых активов путем сочетания выкупа акций и вливаний в акционерный капитал и оставляет фирмы с наиболее сильными унаследованными активами на рынке. В [24] строится динамическая модель для изучения ожидаемых и фактических последствий политики по оздоровлению банков, когда власти не могут удержать уровень неработающих кредитов (просроченных займов), которыми владеют отдельные банки. Наилучший результат оздоровления банковской системы обеспечивается, когда центральный банк отзывает лицензии у всех банков, которые не смогли удовлетворить требованию минимального уровня нового капитала. Если центральный банк не хочет иметь долю в банке, он должен субсидировать ликвидацию неработающих кредитов, а не вводить субординированный долг. Показано, что стоимость этой субсидии может быть уменьшена, если она предлагается в сочетании с вливанием капитала.

В заключение отметим, что наше исследование преимущественно развивает подход [17] по сравнению различных схем работы с плохим банком с целью построения динамического варианта модели и рассмотрения всей экономики в целом, а не только банковского сектора.

#### **Разработка экономико-математической модели управления проектами проблемных банковских активов для экономики Казахстана**

**В** сравнении с исследованием [17], в котором рассмотрено взаимодействие только двух агентов – одного коммерческого банка с проблемными кредитами и одного созданного государством плохого банка, мы описываем банковский сектор посредством взаимодействия четырех агентов:

1) банки второго уровня с нормальными активами – коммерческие банки (банки  $a$ );

2) специализированные подразделения банков второго уровня по работе с проблемными активами – плохой банк, в который включены все специализированные подразделения коммерческих банков (банк  $b$ );

3) центральный банк – Национальный банк Республики Казахстан (центральный банк  $c$ );

4) государственный плохой банк – АО «Фонд проблемных кредитов» (фонд  $d$ ).

Для плохого банка  $b$ , имеющего на начало оздоровления проблемные активы, будем сравнивать две схемы взаимодействия с фондом проблемных активов  $d$  (государственным плохим банком), которые были представлены в [17]. Это схема безотзывного выкупа проблемных активов и соглашение об обратном выкупе между фондом проблемных активов  $d$  и коммерческим плохим банком  $b$ .

Расширение субъектного состава модели позволит оценить последствия принимаемых регулируемыми органами Казахстана решений по управлению проектами проблемных активов в работе со схемами плохого банка. Другими словами, на основе авторской модели возможно проводить анализ правительственной политики применения схем плохого банка для оздоровления банковской системы и всей экономики Республики Казахстан.

Также уточним, что при описании модели мы будем придерживаться следующих обозначений: объемные величины будем обозначать заглавными латинскими буквами, интенсивные переменные и индексы экономических агентов – строчными латинскими буквами, параметры – маленькими греческими буквами. Интенсивные переменные, такие как цены, проценты, курсы, отличны от индексов экономических агентов, поскольку их в соответствии с обозначениями в трудах [25; 26] мы будем записывать сверху переменных. Например, величина  $L^{ap}(t)$  означает объем ссуд экономического агента  $a$  (банков  $a$ ) экономиче-

скому агенту  $p$  (производителям  $p$ ) в момент времени  $t$ .

**Банки второго уровня с нормальными активами (агент  $a$ )**

Описание банковской системы Республики Казахстан начнем с банков второго уровня с нормальными активами  $a$ . В модели будем предполагать, что в каждый момент времени  $t$  на основе проблемных активов, возникающих в банках  $a$ , создается один плохой банк  $b$ , подлежащий оздоровлению. Пусть срок созревания активов (средний срок возврата денежных средств по кредиту) в модели постоянен и равен  $\tau$ . В настоящее время средний срок кредитования предприятий в Казахстане не превышает одного года, однако проблемные кредиты отличаются повышенным сроком возврата долгов, поэтому в предварительных экспериментах можно принять  $\tau = 1$  году<sup>1</sup>.

Плохой банк принимает решение о самостоятельном оздоровлении либо о передаче проблемных активов в фонд проблемных активов (государственный плохой банк). Тогда в момент времени  $t + \tau$  этот плохой банк  $b$  выполняет свою задачу, его остаточные активы и пассивы возвращаются к агенту  $a$  или списываются (при разорении банка  $b$ ). На его месте при наличии новых проблемных активов создается новый плохой банк.

Будем рассматривать дискретный вариант динамического варианта модели с шагом  $\tau$  по времени, поскольку основная задача в построении модели банковской системы состоит в том, чтобы отследить движение проблемных активов.

Рассмотрим в момент времени  $t = 0$ , непосредственно предшествующий моменту  $t$  образования плохого банка, баланс в остатках банков второго уровня  $a$  (коммерческих банков) Республики Казахстан в агрегированном виде, исключив из активов и пассивов взаимное кредитование коммерческих банков:

<sup>1</sup> В действительности эту величину предполагается оценить в численных экспериментах при идентификации модели. Идентификации модели будет посвящена отдельная публикация авторов.

$$W^a + L^{ap} + L^{ac} = L^{pa} + L^{ha} + L^{ca} + O^a. \quad (1)$$

В левой части баланса (1) указаны активы банков  $a$ : их кассовые остатки  $W^a$ , остатки ссуд  $L^{ap}$  банков  $a$  производителям  $p$ , резервы  $L^{ac}$  банков  $a$  в центральном банке  $c$ . В правой части баланса (1) указаны пассивы банков  $a$ : остатки расчетных счетов  $L^{pa}$  производителей  $p$  в банках  $a$ , депозиты (сбережения)  $L^{ha}$  домашних хозяйств  $h$  в банках  $a$ , ссуды  $L^{ca}$  центрального банка  $c$  банкам  $a$ , их собственный капитал  $O^a$ . Для простоты модели уставный фонд включен в собственный капитал.

Пусть доля проблемных активов  $\delta$  в функционировании банков  $a$  второго уровня в банковской системе Казахстана  $0 \leq \delta < 1$ . Вообще говоря, эта величина зависит от времени. В кризис  $\delta > 0$ . Итак, в момент времени  $t=0$  доля проблемных активов у банков  $a$ , по которым производителями не выплачивается процент, равна  $\delta$ . Если  $L^{ap}(t=0)$  – объем ссуд банков  $a$  производителям  $p$ , то объем проблемных активов, которые передаются создаваемому в этот момент плохому банку  $b$ , составляют величину

$$T^{ab}(t) = \alpha \delta L^{ap}(t=0). \quad (2)$$

Здесь неотрицательная величина  $\alpha \leq 1$  является управлением государственного фонда проблемных активов  $d$  и соответствует принятой в Казахстане программе по оздоровлению банковской системы. Выбор этой величины государством – отдельная сложная задача, которая в настоящей работе не рассматривается. Внешнее ограничение на величину  $\alpha$  считаем заданным параметром, а внутреннее ограничение  $\alpha^a$  банков  $a$  на величину  $\alpha$  найдем следующим образом:

$$\alpha \leq \min(1, \alpha^a). \quad (3)$$

Вообще говоря, коммерческие банки  $a$  не всегда заинтересованы показывать государственным представителям – центральному банку  $c$  и фонду проблемных кредитов  $d$  – величину доли проблемных кредитов  $\delta$ ,

поскольку это ведет к образованию плохого банка  $b$  и при этом одновременно списываются активы и пассивы в балансе (1). При этом из левой части баланса (1) списываются проблемные активы, а из пассивов правой части баланса (1) наряду с переходом некоторого объема депозитов населения списывается собственный капитал. Списание собственного капитала уменьшает распределяемые дивиденды собственникам коммерческих банков  $a$ . Обычно задача по оценке доли проблемных кредитов  $\delta$  и определение доли оздоравливаемых проблемных активов  $\alpha$  входят в круг обязанностей центрального банка  $c$ .

Капитальные требования устанавливают, что в каждый момент времени собственный капитал  $O^a$  коммерческих банков  $a$  должен покрывать определенную по установленной норме  $\eta \in (0,1)$  долю проблемных кредитов, т.е. в момент времени  $t=0$  перед созданием плохого банка:

$$O^a(t=0) \geq \eta \delta L^{ap}(t=0). \quad (4)$$

Тогда избыток капитала в этот момент составляет  $\bar{O}^a = O^a - \eta \delta L^{ap} \geq 0$ . Образование плохого банка  $b$  означает, что этот избыток  $\bar{O}^a$  должен быть достаточно большим, чтобы можно было списать проблемные активы (2) из левой части баланса (1) и соответствующие пассивы из правой части (1).

Справедливо **утверждение 1.** Пусть  $\rho < 1$  – вероятность возврата производителями через промежуток времени  $\tau$  проблемных активов  $T^{ab}(t)$ , передаваемых коммерческими банками  $a$  в момент времени  $t$  плохому банку  $b$ . При наличии проблемных активов в функционировании банков  $a$ , доля проблемных активов  $\delta > 0$ , и мы имеем:

а) Объем передаваемого в плохой банк  $b$  собственного капитала составит  $O^{ab}(t) = \eta \rho T^{ab}(t) = \eta \rho \alpha \delta L^{ap}(t=0)$ . (5)

б) Объем переходящих в плохой банк  $b$  депозитов домашних хозяйств  $h$  составит  $L^{ab}(t) = (1-\eta) \rho T^{ab}(t) = (1-\eta) \rho \alpha \delta L^{ap}(t=0)$ . (6)

в) Объем дополнительно списываемого собственного капитала банков  $a$  в связи с образованием плохого банка составит

$$O_{-}^{a}(t) = (1 - \rho)T^{ab}(t) = (1 - \rho)\alpha\delta L^{ap}(t - 0). \quad (7)$$

г) Доля оздоравливаемых проблемных активов  $\alpha \leq 1$  в каждый момент времени  $t$  ограничена сверху внутренним условием

$$\alpha \leq \frac{1}{(1 - \rho)(1 - \eta)} \left( \frac{O^a(t - 0)}{\delta L^{ap}(t - 0)} - \eta \right) \triangleq \alpha^a. \quad (8)$$

В формуле (8) и далее знак  $\triangleq$  означает «равно по определению».

При этом в силу (3) в правой части (7) стоит неотрицательное число.

**Доказательство.** Объем трансфера проблемных активов  $T^{ab}(t)$ , передаваемых коммерческими банками  $a$  в момент времени  $t$  плохому банку  $b$ , составляет величину, определяемую (2). Это означает, что для сохранения баланса (1) на соответствующую величину  $T^{ab}(t)$  уменьшаются активы  $L^{ap}$  и пассивы  $O^a + L^{ba}$  банков  $a$ .

При образовании плохого банка  $b$  в момент времени  $t$  происходит переоценка полученных им проблемных активов  $L^{bp}(t) = T^{ab}(t)$  в соответствии с вероятностью  $\rho$  возврата производителями через промежуток времени  $\tau$  проблемных кредитов. То есть в активы плохого банка  $b$  в момент времени  $t$  записывают ожидаемый возврат  $\rho T^{ab}(t)$ .

Поскольку ожидаемый возврат рискован, то эти активы необходимо обеспечить собственным капиталом, т. е. капитальные требования плохого банка  $b$   $O^b(t) \geq \eta \rho T^{ab}(t)$ . Поэтому банки  $a$  вынуждены делиться собственным капиталом. Они делятся по необходимому минимуму, поэтому передаваемый капитал  $O^{ab}(t) = \eta \rho T^{ab}(t)$ , а это и есть в силу (2) утверждение а) и формула (5).

Для соблюдения баланса плохого банка  $b$  необходимо, чтобы ему перешли депозиты населения в количестве  $L^{ab}(t) = (1 - \eta)\rho T^{ab}(t)$ , тогда в силу (4) пассивы плохого банка  $b$  будут равны ак-

тивам  $\rho T^{ab}(t)$ . Депозиты населения переходят банку  $b$ , поскольку они полностью застрахованы. Соответственно, в силу (2) получаем утверждение б) и формулу (6).

Поскольку в банках  $a$  активы списываются на величину  $T^{ab}(t)$ , а переданные пассивы плохому банку  $b$  в сумме составляют величину, равную его активам  $\rho T^{ab}(t)$ , то для соблюдения баланса (1) из пассивов банков  $a$  дополнительно надо списать  $(1 - \rho)T^{ab}(t)$ . Эта величина списывается из собственного капитала и обозначена  $O_{-}^a(t)$ . Так что в соответствии с (2) получаем утверждение в) и формулу (7).

Сразу же после образования плохого банка  $b$  собственный капитал банков  $a$  ограничен условием (9) на оставшиеся в банках  $a$  проблемные активы:

$$O^a(t) \geq \eta [\delta L^{ap}(t) - T^{ab}(t)]. \quad (9)$$

Объем собственного капитала банков  $a$  после списаний

$$O^a(t) = O^a(t - 0) - O^{ab}(t) - O_{-}^a(t). \quad (10)$$

Подставляя (10) в (9) и используя выражения (5) и (7) для передаваемого в плохой банк  $b$  собственного капитала  $O^{ab}(t)$  и дополнительного списания собственного капитала  $O_{-}^a(t)$ , получаем внутреннее ограничение банков  $a$  на долю  $\alpha$  спасаемых активов – формулу (8),  $\alpha \leq \alpha^a$ , и утверждение г).

Утверждение 1 полностью доказано.

Из доказанного утверждения 1 непосредственно получим **следствие 1**. При создании плохого банка  $b$  в момент времени  $t$  объем кредитов в банках  $a$  уменьшается в соответствии с (2) на  $T^{ab}$ , объем депозитов в банках  $a$  уменьшается в соответствии с (6) на  $L^{ab} = (1 - \eta)\rho T^{ab}$ , а объем собственного капитала в банках  $a$  для соблюдения баланса уменьшается на величину  $O^{ab} + O_{-}^a = (\eta\rho + 1 - \rho)T^{ab}$ .

В результате пассивы в балансе банков  $a$  уменьшаются на ту же величину, что и активы:

$$L^{ab} + O^{ab} + O_{-}^a = T^{ab}. \quad (12)$$

Собственный капитал  $O^a$  банков  $a$  в момент времени  $t + \tau$  прирастает за счет процентных платежей  $R^{pa}$  производителей  $p$  банкам  $a$ , а убывает за счет процентных платежей  $R^{ah}$  банков  $a$  по депозитам домашних хозяйств  $h$ , процентных платежей  $R^{ac}$  банков  $a$  по ссудам центрального банка  $c$  (по учетной ставке), а также за счет выплат дивидендов  $T^{ah}$  домашним хозяйствам (владельцам коммерческих банков  $a$ ):

$$O^a(t + \tau) - O^a(t) = R^{pa}(t + \tau) - R^{ah}(t + \tau) - R^{ac}(t + \tau) - T^{ah}(t + \tau). \quad (13)$$

Здесь процентные платежи банков  $a$  по кредитам центрального банка  $c$  по учетной ставке  $r_0$  составят величину

$$R^{ac}(t + \tau) = r_0(t) L^{ca}(t). \quad (14)$$

Процентные платежи производителей  $p$  банкам  $a$  по ставке процента  $r_1$  за старые кредиты  $L^{ap}(t - 0)$  составят величину

$$R^{pa}(t + \tau) = r_1(t) \chi(t + \tau) L^{ap}(t - 0), \quad (15)$$

где ожидаемая доля беспроблемных кредитов определяется долей оставшихся после образования банка  $b$  проблемных активов по формуле (16), если новых проблемных кредитов не появится.

$$\chi(t + \tau) = 1 - (1 - \alpha)\delta. \quad (16)$$

В таком случае в момент времени  $t + \tau$  доля проблемных кредитов  $\delta$  была бы равна  $1 - \chi(t + \tau)$ . Процентные платежи банков  $a$  домашним хозяйствам  $h$  по ставке процента  $r_2$  за депозиты в банках  $a$  и  $b$  составят величину

$$R^{ah}(t + \tau) = r_2(t) L^{ha}(t - 0). \quad (17)$$

Считаем, что плохой банк  $b$  создается временно и за проценты по депозитам домашних хозяйств не отвечает. За них отвечают коммерческие банки  $a$ .

Из (13) также видно, что доход банкам  $a$  приносят суммарные кредиты производителям  $L^{ap}$ , остальные активы из левой части баланса (1) создаются по необходимости, банкам выгодно их уменьшать (см., например, [25]). Капитальные требования для банков  $a$  невелики, пока деньги по выданным производителям

ссудам возвращаются внутри банковской системы страны. Существенную роль в ограничении суммарного кредита играют резервные требования центрального банка  $c$ , которые страхуют кредиты. Уровень резервов законодательно связан с размером привлеченных средств клиентов  $L^{ac} \geq \bar{L}^{ac}$ ,  $\bar{L}^{ac} = \xi(L^{pa} + L^{ha} + L^{ca})$ ,  $\xi < 1$ , (18)

где  $\bar{L}^{ac}$  – фонд обязательного резервирования, а  $\xi$  – норма резервирования. Если коммерческий банк не может выполнить резервные требования (18), то он объявляется банкротом. Избыток резервов коммерческих банков  $a$  в центральном банке  $c$  называется остатком корреспондентского счета в центральном банке, который обычно используется для безналичных расчетов между банками  $a$ :

$$\tilde{L}^{ac} \triangleq L^{ac} - \bar{L}^{ac} \geq 0. \quad (19)$$

При создании плохого банка  $b$  резервы  $L^{ac}(t)$  остаются в банках  $a$ , а резервные требования (18) должны выполняться. Это дает ограничение на объем допустимых новых кредитов. Справедливо **следствие 2**. *Максимальный объем новых кредитов, выдаваемых банками  $a$ , в момент времени  $t$  составит*

$$N^{ap}(t) = \tilde{L}^{ac}(t). \quad (20)$$

**Коммерческий плохой банк (агент  $b$ )**

В каждый момент времени  $t$  из банков второго уровня  $a$  выделяется плохой банк  $b$ . В счастливом случае, когда проблемных активов у банков второго уровня  $a$  нет,  $T^{ab}(t) = 0$ , баланс этого нового банка будет нулевым. Проблемные активы у плохого банка  $b$  в момент времени  $t$  составят сумму, полученную от банков  $a$ :  $L^{bp}(t) = T^{ab}(t)$ .

Проблемные активы в баланс плохого банка  $b$  входят с переоценкой по величине  $\rho$  ожидаемого возврата денежных средств.

Статическое описание плохого банка  $b$ , используемого в нашей модели банковской системы, с точностью до обозначений совпадает с описанием [17] схем работы коммерческого банка  $c$

государственным плохим банком  $d$ . В [17] рассматривается только проблемный банк, он называется коммерческим, а государственный фонд, с которым взаимодействует проблемный банк, называется плохим банком. Поскольку в Казахстане государственный фонд называют проблемным, то мы его здесь так и называем «фондом проблемных активов», а плохим банком в отличие от [17] называем объединение соответствующих временных подразделений коммерческих банков, в которые переданы проблемные кредиты. Нужно также учесть, что моменты времени 0 и 1 в работе [17] соответствуют динамическим моментам времени  $t$  и  $t + \tau$  в настоящей работе. Такие обозначения здесь выбраны, поскольку настоящая работа посвящена построению дискретной динамической модели банковской системы, на основе которой будет, в частности, оцениваться шаг по времени  $\tau$  на основе статистических данных экономики Казахстана.

В соответствии со схемой разделения банков на плохой и хороший баланс банка  $b$  в остатках содержит оценку возврата от проблемных активов. Здесь мы считаем, что эти проблемные активы возникли из-за кредитов производителям  $L^{bp}(t)$ , попавшим в результате кризиса в сложную ситуацию, которые имеют для государства стратегическое значение, поэтому процедура банкротства к ним не применяется. Напомним, что  $\rho < 1$  – вероятность возврата производителями кредита  $L^{bp}(t)$  через промежуток времени  $\tau$ , срок созревания активов. Тогда переоцененные после перемещения из банков  $a$  в банк  $b$  проблемные активы составляют величину  $\rho L^{bp}(t)$ . В соответствии со схемой выделения плохого банка в момент выделения  $t$  баланс банка  $b$  не содержит обязательных резервов в центральном банке. Пассивы банка  $b$  складываются из депозитов домашних хозяйств  $L^{hb}(t)$  и собственного капитала  $O^b(t)$ . Таким образом, баланс банка  $b$  в момент его выделения  $t$  оценивается по формуле:

$$\rho L^{bp}(t) = L^{hb}(t) + O^b(t). \quad (21)$$

В соответствии с [17] считаем, что процентные платежи в плохом банке  $b$  не начисляются ни на кредиты  $L^{bp}$ , ни на депозиты  $L^{hb}$ . Проценты на все депозиты начисляют банки  $a$ , даже если они числятся на счетах  $b$ .

Ожидаемая величина капитала плохого банка  $b$ , если его владелец не передает рискованные активы в государственный фонд проблемных активов  $d$ ,

$$E\left[O^b(t + \tau)\right] = \rho(L^{bp}(t) - L^{hb}(t)). \quad (22)$$

Банк  $b$  не может выдавать новые кредиты, поскольку он имеет проблемные активы, проценты по которым не выплачиваются.

Банк  $b$  может получить возможность выдавать новые кредиты, если продаст проблемные активы государственно-му плохому банку – АО «Фонд проблемных кредитов»  $d$ . Нематериальные издержки  $\sigma$  такой передачи связаны с потерей репутации управляющего плохим банком. Кроме того, он получит безопасные государственные облигации на сумму  $B^{bd}(t)$  в обмен на проблемные активы. Этот денежный выкуп  $B^{bd}(t)$  не может быть ниже депозитов домашних хозяйств, иначе банк  $b$  обанкротится сразу после передачи своих рискованных активов.

В случае передачи проблемных активов в обмен на государственные облигации баланс банка  $b$  в момент времени  $t$

$$B^{bd}(t) + N^{bp}(t) = L^{hb}(t) + N^{hb}(t) + O^b(t). \quad (23)$$

Активы банка  $b$  состоят из вновь полученных государственных облигаций  $B^{bd}(t)$  и вновь предоставленных кредитов производителям  $N^{bp}(t)$ . Банк может предоставить эти кредиты, так как требования по капиталу не распространяются на государственные облигации. В пассивы добавляются вновь привлеченные депозиты  $N^{hb}(t)$ , которые полностью эластичны.

Поскольку плохой банк  $b$  не в состоянии привлечь новый капитал, то об-

щий объем новых депозитов равен объему новых кредитов  $N^{hb}(t) = N^{bp}(t)$ .

В момент  $t + \tau$  доход по новым кредитам является случайной величиной  $N^{bp}(t + \tau)$ . С вероятностью  $\rho^b > \rho$  новые кредиты являются успешными и дают доход  $N^{bp}(t + \tau) = (1 + \nu)N^{bp}(t)$ , где  $\nu$  отражает чистую норму отдачи по этим кредитам. С вероятностью  $1 - \rho^b$  они терпят неудачу и не приносят никаких денежных средств  $N^{bp}(t + \tau) = 0$ . Естественно считать, что ожидаемый чистый доход на единицу новых кредитов  $(1 + \nu)\rho^b > 1$ .

Свойства баланса в момент времени  $t + \tau$  зависят от того, какую конкретную схему выбирает плохой банк  $b$  [17]. Первая схема соответствует безвозвратной продаже проблемного актива фонду  $d$ . По этой схеме плохой банк  $b$  обменивает проблемный актив на безопасные государственные облигации в момент времени  $t$ . После этого между банком  $b$  и фондом  $d$  не происходит никаких операций. Банк  $b$  не несет дальнейших потерь от переданных проблемных активов и не извлекает выгоду от их потенциальной прибыли.

Вторая схема напоминает соглашение об обратном выкупе. Банк  $b$  теперь согласен выкупить эти активы и вернуть государственные облигации в момент времени  $t + \tau$ . В соответствии с этой схемой банк  $b$  по-прежнему несет риск проблемных активов, но также участвует и в возможной прибыли.

Плохой банк  $b$  стремится получить максимальную выгоду. Принимая решение о передаче проблемных активов в фонд  $d$ , он сравнивает свою доходность в обеих ситуациях. Если он не передаст проблемные активы, то его полезность будет зависеть только от ожидаемой стоимости капитала (22). Если же банк  $b$  передаст активы фонду  $d$ , его полезность будет определяться ожидаемой стоимостью капитала за вычетом нематериальных издержек, связанных с потерей репутации:

$$U^b(t + \tau) = E \left[ O^b(t + \tau) \right] - \sigma.$$

Полное описание плохого банка можно найти в [17].

### **Центральный банк (агент $c$ )**

В качестве баланса в остатках центрального банка  $c$  будем использовать не отчетный баланс Национального банка Республики Казахстан, а его баланс, который получается аналитической группировкой счетов [25]. Тогда баланс в каждый момент времени  $t$  записывается в виде

$$L^{ca} + L^{cg} = L^{ac} + M^c + U^c + O^c, \quad (24)$$

$$dO^c/dt = R^{ac} + R^{gc} - T^{cg},$$

где  $M^c = W^a + W^b + W^g + W^h + W^h$  – сумма денег, выпущенных в обращение,  $U^c$  – уставный капитал,  $O^c$  – собственный капитал центрального банка,  $R^{ac} + R^{gc}$  – процентные платежи агентов  $a$  и  $g$  за полученные ссуды, а  $T^{cg}$  – трансфер нераспределенной прибыли центрального банка государству. На практике собственные средства центрального банка ничтожно малы [25], поэтому ими в модели можно пренебречь. Тогда баланс центрального банка запишется в виде:

$$L^{ca} + L^{cg} = L^{ac} + M^c, \quad (25)$$

где величина, стоящая в правой части баланса, называется денежной базой, а трансфер центрального банка государству  $T^{cg}$  равен сумме  $R^{ac}$  и  $R^{gc}$ . Формула (25) объясняет, почему законы Республики Казахстан запрещают прямые заимствования государства  $g$  и его агента  $d$  в центральном банке  $c$ . Тогда у агентов  $g$  и  $d$  наряду с их важными делами появляется право эмиссии за счет роста  $L^{gc}$  или  $L^{dc}$ , которые бы стояли в правой части первого соотношения в этой формуле. В таком случае обязанность по сдерживанию инфляции размывается.

### **Фонд проблемных активов (агент $d$ )**

Фонд  $d$  решает, какая из двух возможных схем передать проблемные активы банка  $b$  фонду проблемных активов  $d$  оптимальна с точки зрения лица, принимающего решения (ЛПР). Описание фонда  $d$  следует [17] с точностью до обозначений, поэтому мы здесь ограничимся только необходимым описанием. Пусть ЛПР стре-

мится минимизировать ожидаемые расходы налогоплательщиков. Тогда, во-первых, надо выяснить стоимость сделок банка  $b$  с фондом  $d$  по разным схемам [17]. Во-вторых, надо определить способ минимизации затрат для случая, когда ЛПР стремится а) повысить стабильность банковского сектора и б) избежать наступления состояния безнадёжности возврата ссуд [17].

При участии в схемах передачи проблемных активов банк  $b$  взамен получает безопасные государственные облигации  $B^{bd}(t)$  от фонда проблемных активов. Поскольку между банком  $b$  и фондом  $d$  не происходит никаких дальнейших транзакций, ожидаемые расходы домашних хозяйств  $h$  (налогоплательщиков) составляют (см. [17]):

$$E[C_1] = B^{bd}(t) - \rho L^{bp}(t). \quad (26)$$

Соответственно, схема 1 (безвозвратная продажа) предполагает возможность в будущем повысить доходы налогоплательщиков за счет повышения ожидаемой доходности  $\rho L^{bp}(t)$ .

Если ЛПР реализует схему 2 (обратный выкуп), банк  $b$  в момент времени  $t$  по-прежнему обменивает проблемные активы на государственные облигации. Однако в момент времени  $t + \tau$  эта транзакция возвращается. Таким образом, риски и выгоды от проблемного актива остаются у банка  $b$ .

Затраты по схеме 2 для домашних хозяйств  $h$  (налогоплательщиков) зависят от того, является ли претензия фонда  $d$  проблемных активов  $B^{bd}(t + \tau)$  первоочередной или последней по отношению к требованию по депозитам. Если эта претензия важнее (схема 2d), то ожидаемые затраты  $E[C_{2d}]$  совпадают с  $E[C_1]$  и схема 2d не имеет затрат для домашних хозяйств  $h$ , так как фонд проблемных активов  $d$  всегда будет получать государственные облигации банка  $b$  в момент времени  $t + \tau$  независимо от того, является ли банк  $b$  платежеспособным или нет.

Если требование  $h$  по депозитам важнее требования фонда проблемных ак-

тивов  $d$  (схема 2h), то домашние хозяйства  $h$  не несут никаких расходов только в том случае, когда банк  $b$  платежеспособен и может вернуть в фонд проблемных активов  $d$  государственные облигации  $B^{bd}$  в момент времени  $t + \tau$ . Как было показано выше, банк  $b$  будет платежеспособным по схеме 2 всякий раз, когда новые кредиты будут успешными, что происходит с вероятностью  $\rho^b$ . Они терпят неудачу с вероятностью  $1 - \rho^b$ . Тогда банк  $b$  является неплатежеспособным, так что у фонда проблемных активов  $d$  будут остаточные требования на активы банка  $b$ . Ожидаемые расходы налогоплательщиков по схеме 2h (см. [17])

$$E[C_{2h}] = \rho(1 - \rho^b) \min(L^{hb} + N_{\max}^{hb} - L^{bp}, B^{bd}) + (1 - \rho)(1 - \rho^b) B^{bd}. \quad (27)$$

Первое слагаемое в правой части (27) отражает расходы домашних хозяйств в случае, когда успешен только проблемный актив. Тогда доход  $L^{bp}$  от проблемного актива будет использован для погашения требований по депозитам. Для урегулирования оставшейся претензии  $L^{hb} - L^{bp}$  вкладчиков будут использованы государственные облигации. Следовательно, фонд проблемных активов либо потеряет государственные облигации на сумму  $L^{hb} - L^{bp}$ , либо потеряет все свое требование  $B^{bd}$  к банку  $b$  – в зависимости от того, какая сумма меньше. Второе слагаемое в правой части (27) отражает затраты в случае, когда неуспешны оба актива. Напомним, что, если банк  $b$  передает проблемный актив в фонд  $d$ , он всегда будет предоставлять максимальный объем  $N_{\max}^{bp}$  новых кредитов. Поэтому суммарные депозиты  $L^{hb} + N_{\max}^{hb} > B^{bd}$ .

### Замыкание модели (агенты $h$ , $p$ , $g$ )

Поведение экономических агентов – домашних хозяйств  $h$  и производителей  $p$  – описывается балансами, подобными [15]. В нашей модели не учитывается теневой оборот, а балансы записываются в дискретном виде. Так, кассовый остаток домашних хозяйств в наших обозначениях подчиняется дискретному уравнению

$$W^h(t + \tau) = d^{ah}(t) + b_h^{ph}W^p(t) + (1 - b_p^{hp} - b_M^{ho})W^h(t) - T^{hg}(t) + T^{gh}(t), \quad (28)$$

где  $d^{ah}$  – дивиденды собственников банков,  $b_h^{ph}$  – доля кассовых остатков производителей, идущая домашним хозяйствам (зарплата и распределяемая прибыль),  $b_p^{hp}$  – доля бюджета домашних хозяйств, расходуемая на продукцию отечественных производителей,  $b_M^{ho}$  – доля бюджета домашних хозяйств, расходуемая на импортную продукцию,  $T^{hg} = T_6^{hg} + T_7^{hg}$  – налоговые платежи на импорт  $T_6^{hg} = n_6 b_M^{ho} W^L$  (индекс экономического агента  $O$  относится к внешнему рынку) и платежи подоходного налога  $T_7^{hg} = n_7 (d^{ah} + b_h^{ph} W^p)$ , а  $T^{gh}$  – трансферные платежи домашним хозяйствам из консолидированного бюджета (зарплата бюджетников, пенсии, стипендии, пособия).

Кассовый остаток производителей составит

$$W^p(t + \tau) = C^{ap} + w p_p^o X_p^{po} + p_p^h a_p^{ph} Q_p^p + (1 - b_h^{ph} - b_a^{pa})W^p(t) - T^{pg}, \quad (29)$$

где  $C^{ap}(t)$  – объем кредитования банками производителей,  $X_p^{po}(t) = a_p^{po} Q_p^p(t)$  – объем экспорта в постоянных ценах как доля  $a_p^{po}$  запаса продукта  $Q_p^p$  производителей,  $p_p^o$  – индекс цен на экспортируемую продукцию,  $w$  – курс доллара в тенге,  $p_p^h$  – индекс цен на отечественную продукцию,  $a_p^{ph}$  – идущая на внутренний рынок доля запаса продукта отечественных производителей,  $b_a^{pa}$  – доля бюджета производителей на погашение банковской задолженности,  $T^{pg} = \sum_{i=1}^5 T_i^{pg}$  – налоговые платежи производителей,  $T_5^{pg} = n_5 w p_p^o X_p^{po}$  – налоги на экспорт,  $T_4^{pg} = n_4 b_h^{ph} W^p$  – отчисления с фонда заработной платы во все социальные фонды,  $T_3^{pg} = n_3 (w p_p^o X_p^{po} + p_p^h a_p^{ph} Q_p^p)$  – акцизы,  $T_2^{pg} = n_2 (w p_p^o X_p^{po} + p_p^h a_p^{ph} Q_p^p - b_h^{ph} W^p - \sum_{i=3}^5 T_i^{pg})$  – налог на прибыль корпораций,  $T_1^{pg} =$

$$= n_1 \left[ w p_p^o X_p^{po} + p_p^h a_p^{ph} Q_p^p - (b_h^{ph} + b_a^{pa}) W^p - \sum_{i=2}^5 T_i^{pg} \right] - \text{налог на добавленную стоимость.}$$

Запас продукции производителей  $Q_p^p$  увеличивается за счет выпуска  $Y_p$  и убывает за счет капиталовложений  $c_p^p I_p$  и продажи продукции на внутренний и внешний рынки по нормативам  $a_p^{ph}$  и  $a_p^{po}$ :

$$Q_p^p(t + \tau) = Y_p(t) - c_p^p I_p(t) + (1 - a_p^{ph} - a_p^{po}) Q_p^p(t). \quad (30)$$

При этом выпуск экономики Казахстана  $Y_p(t)$  описывается производственной функцией, как в работе [27], с параметрами, полученными в исследовании [28] согласно использованным статистическим данным.

Поведение государства (правительства) описывается сценарием, разработанным в исследовании [25]. Описание посредника исключено, динамика цен задается сценарием.

Резюмируя изложенное, отметим, что, в настоящей работе учтены используемые в мировой практике схемы взаимодействия проблемных банков с государственными фондами, стационарный вариант которых описан в исследовании [17]. При этом показано, как можно построить динамическую модель экономики и описать функционирование банковского сектора с учетом проблемных активов. Полученная модель имеет качественный характер, поскольку статистических данных использования представленных схем в банковском секторе Казахстана пока нет. Однако разработанная модель содержит эффективный механизм управления проектами проблемных банковских активов и может быть использована на практике.

### Заключение

**М**ировой финансовый кризис, начавшийся в 2007 г., с определенным временным лагом отразился на экономике Казахстана, приведя к серьезным финансовым потерям в банковском секторе, в основном из-за резкого роста объема проблемных активов. Проблемы банков усилились после значительного снижения курса национальной валюты в 2015 г. Тогда была реа-

лизована программа повышения финансовой устойчивости банковского сектора, предполагающая возврат выданных средств в течение 15 лет. Однако господдержка системообразующих банков не привела к росту кредитования экономики, поэтому программа была закрыта, а акционерам этих банков было рекомендовано вернуть выведенные ими средства. Правительство Республики Казахстан внедрило принятые в международной практике схемы плохих банков, основав государственный фонд проблемных кредитов, чтобы очистить балансы банков второго уровня (коммерческих банков) от проблемных активов. В то же время коммерческие банки для повышения эффективности работы с проблемными активами основали специализированные подразделения, вместе составляющие плохой банк.

Построенная нами новая дискретная замкнутая динамическая модель экономики Казахстана описывает взаимодействие четырех экономических агентов: коммерческие банки, плохой банк, центральный банк, фонд проблемных активов. Описание еще трех агентов (производителей, домашних хозяйств, государства) замыкает модель экономики. Авторская модель базируется на использовании принятых в мировой практике схем взаимодействия коммерческих банков с государственным фондом проблемных активов, обеспечивающих рост кредитования экономики [17]. Передача проблемных активов из плохого банка в фонд проблемных активов высвобождает его собственный капитал. Это, в свою очередь, позволяет плохому банку выдавать новые кредиты.

Модель экономики Казахстана предназначена для анализа предлагаемых правительством республики мер по стимулированию экономического роста и после ее идентификации может быть использована для составления сценарных прогнозов.

При описании банков второго уровня с учетом существования проблемных активов в модели впервые найдено эндогенное условие, ограничивающее объем предоставляемого государством выкупа проблемных активов в виде лимита на долю оздоравливаемых проблемных активов (утверждение 1). Рассчитаны объем переходящих в создаваемый плохой банк застрахованных депозитов домашних хозяйств, объем передаваемого в плохой банк собственного капитала и объем дополнительно списываемого собственного капитала в связи с образованием плохого банка. Рассчитан максимальный объем новых кредитов банков второго уровня (следствие 2) без учета новых кредитов плохого банка.

В перспективе модель предполагается апробировать на базе статистических временных рядов макроэкономических показателей экономики и банковского сектора Республики Казахстан. Численные результаты апробации модели можно будет использовать в сценарных расчетах, в частности для оценки принимаемых решений по управлению проблемными активами в Казахстане. Также построенная модель не имеет ограничений в части ее применения для управления проектами проблемных банковских активов в других странах.

#### Список литературы

1. *Orakbayev E.M., Boranbayev S.N., Vashenko M.P., Shaninin A.A.* Mathematical model of Kazakhstan Economy // Modern Applied Science. July 2015. Vol. 9, № 8. doi: 10.5539/mas.v9n8p160.
2. *Петров А.А.* Об адекватности математических моделей экономики // Труды МФТИ. 2009. Т. 1, № 4. С. 53–65.
3. *Поспелов И.Г.* Равновесные модели экономики в период мирового финансового кризиса // Труды МФТИ. 2009. Т. 1, № 4. С. 66–83.
4. *Андреев М.Ю., Врежесц В.П., Хохлов М.А., Петров А.А., Поспелов И.Г., Жукова А.А., Здановская В.С.* Опыт моделирования экономической динамики Республики Казахстан в период мирового финансового кризиса. М.: ВЦ РАН, 2010. 161 с.

5. Андреев М.Ю., Пильник Н.П., Поспелов И.Г. Модель межвременного равновесия экономики Республики Казахстан // Труды МФТИ. 2013. Т. 5, № 4. С. 62–78.
6. Александров А.Ю. Управление проблемными активами в кризисных условиях // Проблемы современной экономики. 2009. № 1(29). URL: <http://www.m-economy.ru/art.php?nArtId=2429> (дата обращения: 25.05.2019).
7. Найденова Р.И. Основные направления эффективной организации работы банков с проблемными кредитами // Актуальные проблемы развития экономических, финансовых и кредитных систем: материалы III Междунар. науч.-практ. конф. 8 сент. 2015 г. Белгород: Изд. дом «Белгород», 2015. С. 141–145.
8. Омир А.Ж., Нусибалиева А.К. Совершенствование системы управления проблемным кредитом в банках второго уровня Республики Казахстан // Антикризисные технологии в экономике как фактор развития современного общества: материалы VI Междунар. науч.-практ. конф. 10 дек. 2015 г. Саратов: Академия Бизнеса, 2015. С. 95–98.
9. Боровский В.Н., Боровская Л.В., Кульбачный П.В. Оптимизация управления проблемными кредитами банка // Science Time. 2016. № 3 (27). С. 93–97.
10. Бондарь А.П., Сорокина А.О. Управление проблемной задолженностью банками Украины // Научный вестник: финансы, банки, инвестиции. 2014. № 2. С. 72–76.
11. Bolhar T.M. Managing bad loans of domestic banks under modern economic conditions // Business Inform. 2014. Iss. 1. С. 248–255.
12. Зелик О.Е. Практика управления проблемными кредитами в зарубежных странах // Инновационные модели развития кооперативного сектора экономики: науч.-практ. конф. профессорско-преподавательского состава. 28 апр. 2015 г. Волгоград. Ростов н/Д: Феникс, 2015. С. 69–73.
13. Лисицина Н.Н., Черкашнев Р.Ю. Российская и зарубежная практика работы с проблемными кредитами // Актуальные проблемы развития финансового сектора: материалы IV Междунар. науч.-практ. конф. 18 нояб. 2016 г. Тамбов: ТГУ им. Г.Р. Державина, 2016. С. 226–235.
14. Калимолдаев А.М., Оленёв Н.Н. Модель экономики Республики Казахстан с учетом проблемных активов // Труды ИСА РАН. 2018. Т. 68, вып. 2. С. 80–83. doi: 10.14357/20790279180219.
15. Kalimoldayev A., Mukhamediev B., Olenev N. Distressed assets in a normative dynamic model of Kazakhstan economy // 2018 IX international conference on optimization and applications (OPTIMA 2018). DEStech Transactions on Computer Science and Engineering. 2018. P. 177–187. doi: 10.12783/dtcse/optim2018/27931.
16. Buiter W. Good bank vs bad bank: Don't touch the unsecured creditors! Clobber the tax payer instead. Not // VoxEU–CEPR's policy portal (электронный научный журнал). 2009. URL: <http://www.voxeu.org/index.php?q=node/3264> (дата обращения: 24.05.2019).
17. Hauck A., Neyer U., Vieten T. Reestablishing stability and avoiding a credit crunch: Comparing different bad bank schemes // The Quarterly Review of Economics and Finance. 2015. Vol. 57(C). P. 116–128.
18. White L.J. The S&L debacle: Public policy lessons for bank and thrift regulation. N. Y.: Oxford University Press, 1991. 287 p.
19. Curry T., Shibut L. The cost of the savings and loan crisis: Truth and consequences // FDIC Banking Review. 2000. Vol. 13, № 2. P. 26–35.
20. Bergström C., Englund P., Thorell P. Securum and the way out of the Swedish banking crisis // Stockholm: Summary of a report commissioned by SNS – Center for Business and Policy Studies, 2003. 24 p.
21. Bebchuk L. A. Buying troubled assets // Yale Journal on Regulation. 2009. Vol. 26. P. 343–358. URL: <https://ssrn.com/abstract=1392808> (дата обращения: 24.05.2019).
22. Suntum U. van, Ilgmann C. Bad banks: A proposal based on German financial history // European Journal of Law and Economics. 2011. Vol. 35, Iss. 3. P. 367–384. doi: 10.1007/s10657-011-9239-6.
23. Tirole J. Overcoming adverse selection: How public intervention can restore market functioning // American economic review. 2012 (February). Vol. 102, № 1. P. 29–59.
24. Tanaka M., Hoggarth G. Resolving banking crises – An analysis of policy options. Bank of England Working Paper. 2006. № 293. 42 p. doi: 10.2139/ssrn.894883.
25. Поспелов И.Г. Моделирование экономических структур. М.: ФАЗИС, ВЦ РАН, 2003. 191 с.
26. Поспелов И.Г. Новые принципы и методы разработки макромоделей экономики и модель современной экономики России. М.: ВЦ РАН, 2006. 242 с.
27. Olenev N.N. Parameter identification of an endogenous production function // Proceeding of the OPTIMA-2017 Conference. October 02, 2017. Petrovac, Montenegro. 2017. CEUR-WS, Vol. 1987. P. 428–435.

28. Оленев Н.Н. Идентификация агрегированной производственной функции с ограниченным возрастом мощностей для экономики Казахстана // Проблемы оптимизации сложных систем: материалы XIV Междунар. азиатской школы-семинара. 20–31 июля 2018 г. Алматы: ИИВТ МОН РК, 2018. Ч. 2. С. 119–124.

Статья поступила в редакцию 27.05.2019, принята к печати 25.09.2019

#### Сведения об авторах

Калимолдаев Алмас Максатович – магистр, докторант, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби (Республика Казахстан, 050040, г. Алматы, пр. Аль-Фараби, 71; e-mail: kalimoldayev85@gmail.com).

Оленёв Николай Николаевич – кандидат физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник отделения математического моделирования экономических систем, Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук; доцент, Математический институт им. С.М. Никольского Российского университета дружбы народов (Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова, 40; Россия, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6; e-mail: nolenev@mail.ru).

#### References

1. Orakbayev E.M., Boranbayev S.N., Vashenko M.P., Shananin A.A. Mathematical model of Kazakhstan economy. *Modern Applied Science*, 2015, vol. 9, no. 8, pp. 160 – 185. doi: 10.5539/mas.v9n8p160.
2. Petrov A.A. Ob adekvatnosti matematicheskikh modelei ekonomiki [About the adequacy of mathematical models of economics]. *Trudy Moskovskogo Fiziko-Tekhnicheskogo Instituta* [Proceedings of Moscow Institute of Physics and Technology], 2009, vol. 1, no. 4, pp. 53–65. (In Russian).
3. Pospelov I.G. Ravnovesnye modeli ekonomiki v period mirovogo finansovogo krizisa [Equilibrium models of economy during the global financial crisis]. *Trudy Moskovskogo Fiziko-Tekhnicheskogo Instituta* [Proceedings of Moscow Institute of Physics and Technology], 2009, vol. 1, no. 4, pp. 66–83. (In Russian).
4. Andreev M.Yu., Vrezheshch V.P., Khokhlov M.A., Petrov A.A., Pospelov I.G. Zhukova A.A., Zdanovskaya V.S. *Opyt modelirovaniya ekonomicheskoi dinamiki Respubliki Kazakhstan v period mirovogo finansovogo krizisa* [The experience of modeling the economic dynamics of the Republic of Kazakhstan during the global financial crisis]. Moscow, VTS RAN Publ., 2010. 161 p. (In Russian).
5. Andreev M.Yu., Pil'nik N.P., Pospelov I.G. Model' mezhvremennogo ravnovesiya ekonomiki Respubliki Kazakhstan [Model of inter-temporal equilibrium of the economy of the Republic of Kazakhstan]. *Trudy Moskovskogo Fiziko-Tekhnicheskogo Instituta* [Proceedings of Moscow Institute of Physics and Technology], 2013, vol. 5, no. 4, pp. 62–78. (In Russian).
6. Aleksandrov A.Yu. Upravlenie problemnymi aktivami v krizisnykh usloviyakh [Management of distressed assets in crisis conditions]. *Problemy sovremennoi ekonomiki* [Problems of Modern Economics], 2009, no. 1 (29). (In Russian) Available at: <http://www.m-economy.ru/art.php?nArtId=2429> (accessed 25.05.2019).
7. Naidenova R.I. Osnovnye napravleniya effektivnoi organizatsii raboty bankov s problemnymi kreditami [Main directions of effective organization of banks with distressed assets]. *Aktual'nye problemy razvitiya ekonomicheskikh, finansovykh i kreditnykh system. Materialy III Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii. 8 sentyabrya 2015 g.* [Acute problems of the development of economic, financial and credit systems. Proceedings of the III International scientific and practical conference. September 8, 2015]. Belgorod, Izd. dom “Belgorod”, 2015, pp. 141–145. (In Russian).
8. Omir A.Zh., Nusibalieva A.K. Sovershenstvovanie sistemy upravleniya problemnym kreditom v bankakh vtorogo urovnya Respubliki Kazakhstan [Improvement of the distressed credit management system in the second-tier banks of the Republic of Kazakhstan]. *Antikrizisnye tekhnologii v ekonomike kak faktor razvitiya sovremennogo obshchestva. Materialy VI Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii. 10 dekabrya 2015 g.* [Anti-crisis technologies in economy as a factor in the development of

modern society. Proceedings of the VI International scientific and practical conference. December 10, 2015]. Saratov, Akademiya Biznesa Publ., 2015, pp. 95–98. (In Russian).

9. Borovskii V.N., Borovskaya L.V., Kul'bachnyi P.V. Optimizatsiya upravleniya problemnymi kreditami banka [Optimization of the management of bank distressed credits]. *Science Time* [Science Time], 2016, no. 3 (27), pp. 93–97. (In Russian).

10. Bondar' A.P., Sorokina A.O. Upravlenie problemnoi zadolzhennost'yu bankami Ukrainy [The Ukrainian bank management of distressed credits]. *Nauchnyi vestnik: finansy, banki, investitsii* [Scientific Bulletin: Finances, Banks, Investments], 2014, no. 2, pp. 72–76. (In Russian).

11. Bolhar T.M. Managing bad loans of domestic banks under modern economic conditions. *Business Inform*, 2014, iss. 1, pp. 248–255.

12. Zelik O.E. Praktika upravleniya problemnymi kreditami v zarubezhnykh stranakh [Practice of distressed credit management in foreign countries]. *Innovatsionnye modeli razvitiya kooperativnogo sektora ekonomiki. Nauchno-prakticheskaya konferentsiya professorsko-prepodavatel'skogo sostava. 28 aprelya 2015 g.* [Innovative models of the development of the cooperative sector of economy. Scientific and practical conference of the teaching staff. April 28, 2015]. Volgograd, Rostov na Donu, Feniks Publ., 2015, pp. 69–73. (In Russian).

13. Lisitsina N.N., Cherkashnev R.Yu. Rossiiskaya i zarubezhnaya praktika raboty s problemnymi kreditami [Russian and foreign practice of working with distressed credits]. *Aktual'nye problemy razvitiya finansovogo sektora. Materialy IV Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya. 18 noyabrya 2016 g.* [Acute problems of financial sector development. Proceedings of the IV international scientific and practical conference. November 18, 2016]. Tambov, TGU im. G.R. Derzhavina Publ., 2016, pp. 226–235. (In Russian).

14. Kalimoldaev A.M., Olenev N.N. Model' ekonomiki Respubliki Kazakhstan s uchetom problemnykh aktivov [Model of Kazakh Republic economy with distress assets]. *Trudy Instituta sistemnogo analiza rossiyskoy akademii nauk* [Proceeding of the Institute for Systems Analysis of the Russian Academy of Science], 2018, vol. 68, iss. 2, pp. 80–83. (In Russian). doi: 10.14357/20790279180219.

15. Kalimoldaev A., Mukhamediev B., Olenev N. Distressed assets in a normative dynamic model of Kazakhstan economy. 2018 IX international conference on optimization and applications (OPTIMA 2018). *DEStech Transactions on Computer Science and Engineering*, 2018, pp. 177–187. doi: 10.12783/dtce/optim2018/27931.

16. Buitter W. Good bank vs bad bank: Don't touch the unsecured creditors! Clobber the tax payer instead. Not. *VoxEU CEPR's policy portal*, 2009. Available at: <http://www.voxeu.org/index.php?q=node/3264> (accessed 24.05.2019).

17. Hauck A., Neyer U., Vieten T. Reestablishing stability and avoiding a credit crunch: Comparing different bad bank schemes. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 2015, vol. 57 (C), pp. 116–128.

18. White L.J. *The S&L debacle: Public policy lessons for bank and thrift regulation*. New York, Oxford University Press, 1991. 287 p.

19. Curry T., Shibus L. The cost of the savings and loan crisis: Truth and consequences. *FDIC Banking Review*, 2000, vol. 13, no. 2, pp. 26–35.

20. Bergström C., Englund P., Thorell P. Securum and the way out of the Swedish banking crisis. *Stockholm: Summary of a report commissioned by SNS*. Center for Business and Policy Studies, 2003. 24 p.

21. Bebchuk L. A. Buying troubled assets. *Yale Journal on Regulation*, 2009, vol. 26, pp. 343–358. Available at: <https://ssrn.com/abstract=1392808> (accessed 24.05.2019).

22. Suntum U. van, Ilgmann C. Bad banks: A proposal based on German financial history. *European Journal of Law and Economics*, 2011, vol. 35, iss. 3, pp. 367–384. doi: 10.1007/s10657-011-9239-6.

23. Tirole J. Overcoming adverse selection: How public intervention can restore market functioning. *American Economic Review*, 2012 (February), vol. 102, no. 1, pp. 29–59.

24. Tanaka M., Hoggarth G. Resolving banking crises – An analysis of policy options. *Bank of England Working Paper*, 2006, no. 293. 42 p. doi: 10.2139/ssrn.894883.

25. Pospelov I.G. *Modelirovanie ekonomicheskikh struktur* [Modeling of economic structures], Moscow, FAZIS, VTS RAN Publ., 2003. 191 p. (In Russian).

26. Pospelov I.G. *Novye printsipy i metody razrabotki makromodelei ekonomiki i model' sovremennoi ekonomiki Rossii* [New principles and methods of development of macro-models of economy and model of modern economy of Russia]. Moscow, VTS RAN Publ., 2006. 242 p. (In Russian).

27. Olenev N.N. Parameter identification of an endogenous production function. *Proceedings of the OPTIMA-2017 Conference*. October 02, 2017. Petrovac, Montenegro, 2017, CEUR-WS, vol. 1987, pp. 428–435.

28. Olenev N.N. Identifikatsiya agregirovannoi proizvodstvennoi funktsii s ogranichennym vozrastom moshchnosti dlya ekonomiki Kazakhstana [Identification of the aggregated production function with a limited age of capacities for the economy of Kazakhstan]. *Problemy optimizatsii slozhnykh system. Materialy XIV Mezhdunarodnoi aziatskoi shkoly-seminara. 20–31 iyulya 2018 g.* [Problems of optimization of complex systems. Proceedings of the XIV international Asian school-seminar. July 20–31, 2018]. Almaty, IIVT MON RK Publ., 2018, Part 2, pp. 119–124. (In Russian).

Received May 27, 2019; accepted September 25, 2019

#### Information about the Authors

Kalimoldaev Almas Maksatovich – Master of Science, A Doctoral Student, Al-Farabi Kazakh National University (71, Al-Farabi prospekt, Almaty, 050040, the Republic of Kazakhstan; e-mail: kalimoldaev85@gmail.com).

Olenev Nikolai Nikolaevich – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Leading Science Researcher of the Division of Mathematical Modeling of Economical Systems, Institution of Russian Academy of Sciences Dorodnicyn Computing Centre of the Russian Academy of Sciences; Associate Professor, S.M. Nikol'skii Mathematical Institute, RUDN University (40, Vavilova st., Moscow 119333, Russia; 6, Miklukho-Maklaya st., Moscow, 117198, Russia; e-mail: nolenev@mail.ru).

#### Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Калимолдаев А.М., Оленёв Н.Н. Экономико-математическая модель управления проектами проблемных банковских активов для экономики Казахстана // Вестник Пермского университета. Сер. «Экономика» = Perm University Herald. Economy. 2019. Том 14. № 3. С. 388–405. doi: 10.17072/1994-9960-2019-3-388-405

#### Please cite this article in English as:

Kalimoldaev A.M., Olenev N.N. An economic and mathematical model for project management of distressed bank assets for the economy of Kazakhstan. *Vestnik Permskogo universiteta. Seria Ekonomika* = Perm University Herald. Economy, 2019, vol. 14, no. 3, pp. 388–405. doi: 10.17072/1994-9960-2019-3-388-405