

doi 10.17072/1994-9960-2016-4-95-105

УДК 330:658.310.9

ББК 65в631+65.291.6

**ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОНТРАКТОВ ПРИ НАЙМЕ РАБОТНИКОВ  
В ФИРМУ\***

**А.А. Горбушин, аспирант кафедры математического моделирования в экономике**

Электронный адрес: [arseniygorbushin@gmail.com](mailto:arseniygorbushin@gmail.com)Вятский государственный университет,  
610000, Россия, г. Киров, ул. Московская, 36

**А.В. Шатров, докт. физ.-мат. наук, заведующий кафедрой математического моделирования в экономике**

Электронный адрес: [avshatrov1@yandex.ru](mailto:avshatrov1@yandex.ru)Вятский государственный университет,  
610000, Россия, г. Киров, ул. Московская, 36

Рассматривается экономико-математическая модель процедуры найма работников. В компаниях реального сектора управленцы не всегда способны адекватно оценить профессиональные возможности исполнителей, особенно при найме работников. Данная проблема становится тем более актуальной в настоящее время, когда в руководстве предприятий различных форм собственности преобладают «универсальные менеджеры», как правило, не имеющие соответствующей профилю предприятия подготовки. В этих условиях профессионально наиболее квалифицированный специалист из числа работающих может лучше понимать и разбираться в талантах, квалификации или профессионализме кандидата извне. По этой причине управленец (менеджер, владелец) может использовать знания сотрудника для того, чтобы нанять наиболее квалифицированного (талантливого) работника. Однако сотрудники осознают, что в компании ограниченное количество рабочих мест. Это может быть по разным причинам: у отделения внутри большой компании могут быть квоты на рабочие места; компания может нуждаться только в ограниченном количестве сотрудников для того, чтобы сделать всю работу. Таким образом, у сотрудника появляется стимул предотвратить попадание более талантливого сотрудника в компанию, так как в будущем он может занять место менее способных работников. В данной статье изучается описанный выше конфликт в терминах теории игр. Актуальность работы обосновывается необходимостью решения кадровых проблем на всех уровнях, в том числе на уровне работы фирмы. Новизна решения задачи в отечественной научной литературе обеспечивается методикой решения и содержательной постановкой – приложением теоретико-игровых методов к задачам принятия решения в теории контрактов. В отличие от зарубежных аналогов проблема делегирования полномочий рассматривается как решение задачи о социальном оптимуме, когда полезность работы фирмы достигает максимума, а размеры оплаты работников не уменьшаются. Показано, что для достижения социального оптимума владельцу следует делегировать свои полномочия наиболее квалифицированным сотрудникам.

*Ключевые слова: экономико-математическая модель, теория игр, принятие решений, процедура найма работников, теория контрактов.*

### **Введение**

В задачах принятия решений о найме работников, к классу которых принадлежит рассматриваемая работа, существует доста-

точно много подходов и моделей [4; 6]. В частности, принятие решений на основе методов линейного программирования: задачи о назначениях, задачи выбора, которые решают-

---

© Горбушин А.А., Шатров А.В., 2016

\* Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания по научным исследованиям высших учебных заведений № 2014/66, код проекта 1281, рег. № 114123040133.

ся в терминах целочисленного программирования [7]. При этом поставленные задачи могут быть одно- или многокритериальными. Однако все эти постановки требуют знания реальных данных по профессиональным качествам и навыкам (экономической эффективности) претендентов на рабочие места. Определенную альтернативу такой детерминированной постановке составляют так называемые бихевиористические постановки задач, формализация которых затруднена или невозможна. Примером решения таких задач может служить метод анализа иерархий, предложенный Т. Саати [10; 11], достаточно широко используемый в настоящее время [1; 2].

В представленной работе рассматривается постановка и реализация задачи в терминах теории игр. В то же время фокус направлен не на сигнальный аспект или аспект скрининга (эффекты, которые возникают в силу асимметрии информации между компанией и кандидатом, рассматриваемые в большом количестве статей начиная с [23]), а на эффект, который возникает из-за асимметрии информации между владельцем компании и текущими работниками.

Управленец, занимающийся подбором персонала, привлекает профессиональные навыки и знания сотрудников, чтобы с помощью них решить задачу найма квалифицированного работника. Однако сотрудники осознают, что в компании может возникнуть конкуренция за рабочие места. Одной из причин, создающих трудности при подборе персонала с помощью сотрудников, является тот факт, что у сотрудников появляется стимул предотвратить попадание более талантливого соискателя по изложенным выше причинам. При этом руководство компании имеет возможность использовать бонусы для участвующих в процедуре подбора кадров сотрудников.

В данной статье мы моделируем описанный выше конфликт в постановке теории игр. Для того чтобы сконцентрироваться непосредственно на этом конфликте, мы предполагаем, что есть один руководитель (владелец компании) и два подчиненных. Мы считаем, что асимметрия информации связана с недостаточной квалификацией работодателя и не учитываем другие эффекты, такие как, например, недостаточная осведомленность кандидатов о работе по сравнению с сотрудниками фирмы. Это сделано для того, чтобы лучше выделить описанный конфликт и понять его механизмы.

Мы ищем оптимальные контрактные условия, которые доставляют оптимальный

результат для владельца (оптимальный в том смысле, что он не смог бы достичь лучшего результата, если бы контролировал действия подчиненных).

### 1. Постановка задачи

Наша работа относится к нескольким аспектам теории контрактов в контексте теоретико-игровой постановки. Во-первых, она соотносится с постановкой задачи по моральному риску, которая обсуждалась в статье [13]. Так же, как и у [15], в нашей работе владелец не может различать разные типы агентов – кандидатов на работу. В то же время сотрудники, которые уже работают в компании, могут различать типы кандидатов. В классической литературе отрицательный отбор (отказы в приеме на работу или последующее увольнение) уменьшался с помощью сигналов работников или с помощью скрининга владельцем [11].

Во-вторых, данная работа связана с исследованиями по полномочиям и делегированию. Выдающимся примером таких работ является статья [12], где объектом исследования выступают отношения между владельцем и нанимаемым работником, а также владельцем и подчиненными ему сотрудниками. Другая видная статья – [20], где рассматривается ситуация, когда владелец активов может делегировать право распоряжения активами наиболее квалифицированному сотруднику, поскольку способности владельца к распоряжению активами меньше, чем у этого сотрудника. В нашей работе владелец будет пользоваться делегированием для того, чтобы преодолеть отрицательный отбор. Большой обзор возможных постановок и библиографию по теории конфликта в более широком смысле можно найти в книге [9]. Важно отметить, что в данной работе мы моделируем процедуру найма в компанию не как набор активов и возможности распоряжаться ими, но как набор работников и приходящих кандидатов, которые в данном случае выступают в роли активов из упомянутых статей.

В-третьих, наша модель может быть интерпретирована как альтернативное объяснение пожизненных контрактов в университетах (в первую очередь имеется в виду практика европейских и американских университетов). Существует огромная литература, изучающая пожизненные контракты: *Hart O., Moore J.* объясняют, что пожизненный контракт защищает избегающего риск профессора от рисков, связанных с проведением исследования [16]. В работе *Agnilon P., Tirole J.* моделируется пожизненный контракт как оптимальный контракт для университета при условии, что по-

лезность от профессора для университета состоит в его накопленных знаниях, а не просто в его статьях [13].

## 2. Модель

Фирма состоит из двух рабочих мест (подразумевается, что только два работника могут быть наняты) и все сотрудники (уже нанятые и потенциальные работники – кандидаты) безразличны к риску. Владелец также является риск-нейтральным. Владелец может наблюдать результат работы сотрудников, с каждым из которых подписывается договор (т.е. результат работы является подтверждаемым, может быть проверен в суде или показан какому-то третьему лицу). Владелец не может различать квалификацию кандидатов, а сотрудники могут. Работники различаются по квалификации (полезности)  $\theta$ . В нашей модели мы рассматриваем ситуацию, когда есть три типа работников:  $\theta_1 < \theta_2 < \theta_3$ , с вероятностью появления на собеседовании каждого типа  $P_1, P_2, P_3$ .

Для простоты считаем, что владелец и работник живут бесконечное число периодов<sup>1</sup>.

Владелец максимизирует сегодняшнюю стоимость своего ожидаемого дохода, который равен сумме полезностей сотрудников  $y_t = \theta_a + \theta_b$ ,  $y = \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t y_t$ , где  $\delta \in (0,1)$  есть временной дисконтирующий фактор, одинаковый для всех.

Сотрудник максимизирует сегодняшнее значение своей ожидаемой полезности. Полезность одного периода есть сумма полезности от наличия работы и бонус, который может заплатить работодатель. Мы рассматриваем полезность от наличия работы как зарплату или что-нибудь другое, например престиж от работы или удовлетворенность работой в хорошей команде. Когда агента увольняют, он должен какое-то время искать место новой работы, на которой он сможет получить сопоставимую выгоду (1 период в нашей модели). Мы считаем эту полезность фиксированной и одинаковой для всех агентов. Бонус в нашей модели определяется механизмом (контрактом), который создает владелец.

Важное предположение: мы считаем, что  $\theta_1 < \theta_2 < \theta_3$  и что  $\theta_1$  намного меньше  $\theta_3$ ,  $\theta_2$  (беспольный работник, приносящий только

вред), так что для владельца не является вариантом нанимать кандидата наугад.

Владелец может нанять пришедшего кандидата вместо кого-то из компании. Он будет делать это в том случае, когда кандидат талантливее кого-то из уже нанятых (в таком случае кандидат увеличит прибыль фирмы). Для этого владелец должен использовать знания своих подопечных, у которых нет стимулов говорить правду (их могут уволить).

Мы создаем механизм делегирования, который позволяет владельцу оптимально использовать знания своих работников. Кроме того, данный механизм достигает социального оптимума.

Структура модели:

–  $t=0$ : В самом начале владелец имеет в компании двух случайных сотрудников (пусть их типы  $\theta_a$  и  $\theta_b$ ). В компании открыта вакансия, на которую откликаются кандидаты (вакансия считается открытой, пока оба сотрудника не обладают полезностью  $\theta_3$ ).

В конце каждого периода появляется результат ценностью  $y = \theta_a + \theta_b$ .

–  $t=1$ : В начале периода приходит один кандидат. Владелец может либо нанять кандидата, не имея информации о его полезности, либо делегировать решение одному из сотрудников, предлагая ему заодно бонус в будущем (способ формирования бонуса будет описан в дальнейшем). В результате кандидат либо получает рабочее место одного из сотрудников, которого увольняют, либо получает отказ.

В конце периода результат у равен сумме полезностей новых работников. Владелец наблюдает результат и по нему способен определить, кого же он все-таки нанял в начале периода. После этого все участники получают свои платежи: доход  $y$ , зарплата  $w$  и бонус  $b$ .

–  $t=2, 3..$ : каждый из этих периодов протекает так же, как и  $t=1$  (т.е. приходит один кандидат, которого оценивает один из сотрудников фирмы, затем владелец принимает решение о найме данного сотрудника и все участники получают свои платежи – доход  $y$ , зарплату  $w$  и бонус  $b$ ).

Дисконтирующий фактор между периодами  $1 > \delta > 0$ .

## 3. Анализ модели

Социальным оптимумом в данной модели было бы нанимать нового сотрудника вместо наиболее слабого из работающих со-

<sup>1</sup> Данное предположение упрощает выкладки и не является принципиально противоречащим ситуации с конечным числом периодов (что представляется соответствующим реальности), так как ряд для дисконтированного дохода является сходящимся рядом.

трудников в том случае, если кандидат лучше него.

Владелец максимизирует дисконтированную прибыль с помощью найма лучших претендентов. В случаях, когда владелец имеет работника с  $\theta_1$ , он всегда возьмет нового (хуже быть не может). Если владелец имеет сотрудника с  $\theta_3$ , то он может отдать право нанимать кандидатов этому сотруднику. Такой сотрудник не имеет стимулов обманывать, так как он знает, что владелец не сможет найти ему лучшую замену. Случай, когда у владельца два сотрудника имеют полезность  $\theta_2$ , более сложен. В таком случае оба сотрудника не будут иметь стимула нанять агента с  $\theta_3$ , так как будут бояться, что впоследствии их самих поменяют по совету вновь пришедшего работника с полезностью  $\theta_3$ .

В случае двух работников  $\theta_2$  владелец должен мотивировать сотрудников честно раскрыть тип кандидата. Один из способов сделать это – дать одному из агентов возможность нанять и выплатить ему бонус в том случае, если он наймет работника с полезностью  $\theta_3$ . Этот бонус  $b$  должен сделать сотрудника безразличным между получением выгоды от наличия данной работы на протяжении всех следующих периодов  $W$  и между риском быть уволенным в будущем. Увольнение является единственной возможностью улучшить команду, т.е. взять на место сотрудника с уровнем полезности  $\theta_2$  кандидата с полезностью  $\theta_3$ .

Будем определять  $p_i$  как вероятность прихода работника с полезностью  $\theta_i$ . Таким образом,  $b$  вычисляется как сумма ряда, где  $p_3(1-p_3)^t$  – вероятность, что сотрудник  $\theta_2$  лишится работы, начиная с периода  $t+1$  (первые  $t$  периодов не было кандидата с  $\theta_3$ , а затем на  $t+1$  он пришел). При этом  $w(1 + \sum_{t=1}^{\infty} \delta^t) = \frac{w}{1-\delta}$  – эквивалент ценности от наличия работы на протяжении всех следующих периодов для сотрудника (сколько нужно заплатить работнику прямо сейчас, чтобы компенсировать потерю работы),  $\delta^{t+1}$  – дисконтирующий фактор для той выплаты, которую мы сделаем сотруднику, когда придет бо-

лее талантливый кандидат. Итак, бонус вычисляется по формуле

$$b = \sum_{t=0}^{\infty} p_3(1-p_3)^t \delta^{t+1} \frac{w}{1-\delta}. \quad (1)$$

Непосредственное вычисление суммы ряда (1) дает результат

$$b = \frac{\delta p_3 w}{(1-\delta + p_3 \delta)(1-\delta)}. \quad (2)$$

Внедряя бонус, владелец потеряет следующий ожидаемый доход  $B$  (приведенные к текущему периоду потери от выплаты бонуса  $b$  в будущем):

$$B = \sum_{t=0}^{\infty} p_3(1-p_3)^t \delta^t b, \quad (3)$$

где (3) получается по той же логике, что и (1).

Суммируя (3) и подставляя (1) вместо  $b$ , получим

$$B = \frac{\delta p_3^2 w}{(1-\delta + p_3 \delta)^2 (1-\delta)}. \quad (4)$$

Разница между  $b$  и  $B$  следующая:  $b$  – денежный бонус, который платится, когда работник с  $\theta_2$  приводит кандидата с  $\theta_3$ , а  $B$  – это ожидаемые потери работодателя от выплаты бонуса в случайный момент в будущем (эти потери, как мы дальше покажем, компенсируются более высокой производительностью компании от прихода сильного сотрудника).

Таким образом, общий ожидаемый доход владельца за все будущие периоды  $V_{22bonus}$  от наличия двух работников с  $\theta_2$  и внедренным бонусом (4) будет равен

$$V_{22bonus} = ((1-p_3)(2\theta_2 + \delta V_{22bonus}) + p_3(\theta_2 + \theta_3 + \delta V_{23}) - B), \quad (5)$$

где  $V_{23}$  – ожидаемый доход за все будущие периоды от наличия сотрудников с  $\theta_2$  и  $\theta_3$ . Выражение (5) получено в результате рассмотрения двух потенциальных возможностей:

1) если в следующий период  $t+1$  придет сильный кандидат с  $\theta_3$  (вероятность этого  $p_3$ ) и мы перейдем в состояние с двумя сотрудниками с  $\theta_2$  и  $\theta_3$ , то ценностью владельца от этих сотрудников за будущие периоды, дисконтированной на время, будет –  $\delta V_{23}$ . Общая ценность будет, таким образом, равна  $p_3(\theta_2 + \theta_3 + \delta V_{23})$ ;

<sup>2</sup> Здесь используется формула суммы геометрической прогрессии со знаменателем  $\delta$

2) если в следующий период t+1 придет кандидат с меньшей квалификацией, то у нас остаются два сотрудника с  $\theta_2$  (ничего не изменится). Значит, мы оказываемся точно в такой же ситуации, как были на начало периода и получим в этом случае ценность за наличие сотрудников, дисконтированную на время  $\delta V_{22bonus}$ . Итоговая ценность от данной возможности будет  $(1 - p_3)(2\theta_2 + \delta V_{22bonus})$ .

После приведения подобных членов в (5) мы получим следующее выражение:

$$V_{22bonus} = \frac{(1 - p_3)(2\theta_2) + p_3(\theta_2 + \theta_3 + \delta V_{23})}{1 - \delta + \delta p_3} - \frac{\delta p_3^2 w}{(1 - \delta + p_3 \delta)^3 (1 - \delta)}. \quad (6)$$

При данной опции с учетом (5) и (6) владелец получит двух сотрудников с  $\theta_2$  и  $\theta_3$ . После этого он уже без бонуса делегирует наём кандидатов работнику с  $\theta_3$ . Владелец получит следующий ожидаемый доход  $V_{23}$  от наличия сотрудников с  $\theta_2$  и  $\theta_3$ :

$$V_{23} = (1 - p_3)(\theta_2 + \theta_3 + \delta V_{23}) + p_3(2\theta_3 + \delta V_{33}), \quad (7)$$

где  $V_{33}$  доход от наличия двух сотрудников с  $\theta_3$ ,  $V_{33} = \frac{2\theta_3}{1 - \delta}$ . Подставляя в (7) и приводя подобные члены, получаем:

$$V_{23} = \frac{(1 - p_3)(\theta_2 + \theta_3) + p_3(2\theta_3 + \delta V_{33})}{1 - \delta + \delta p_3}. \quad (8)$$

Заметим, что в случае, когда владелец использует бонус, механизм достигает социального оптимума, в том смысле, что трудовой коллектив (включая владельца) не может заработать больше (однако происходит перераспределение дохода от владельца к сотруднику в виде бонуса). Это происходит по той причине, что принимается оптимальное решение о найме работника.

Кроме того, владелец может ничего не делать и сохранить сотрудников с  $\theta_2$ . В этом случае он получит ожидаемый доход  $V_{22} = \frac{2\theta_2}{1 - \delta}$ .

Таким образом, владелец выбирает между следующими опциями:

$$V_{22bonus} = \frac{(1 - p_3)(2\theta_2) + p_3(\theta_2 + \theta_3 + \delta V_{23})}{1 - \delta + \delta p_3} - \frac{\delta p_3^2 w}{(1 - \delta + p_3 \delta)^3 (1 - \delta)}, \quad (9)$$

$$V_{22} = \frac{2\theta_2}{1 - \delta}. \quad (10)$$

Ситуацию, описанную в (9), (10), можно представить с помощью матрицы игры, где владелец выбирает вариант с бонусом или без бонуса, а работник – говорить честно или нет, когда к нему придет сильный кандидат. Стратегии участников игры представлены в таблице, где в строках расположены стратегии работников, а в столбцах – стратегии владельца.

Таблица

Матрица игры «работники – владелец»

Варианты	С бонусом	Без бонуса
Говорить честно	$(V_{22bonus}, \frac{w}{1 - \delta})$	$((1 - p_3)V_{22} + p_3V_{23}, \frac{w}{1 - \delta} - \frac{\delta p_3 w}{(1 - \delta + p_3 \delta)(1 - \delta)})$
Не говорить честно	$(V_{22}, \frac{w}{1 - \delta})$	$(V_{22}, \frac{w}{1 - \delta})$

В случае когда работник говорит нечестно, бонус никогда не будет им получен, а талантливый кандидат не получит работу. Значит, работодатель все время будет иметь сотрудников с  $\theta_2$  и получит, таким образом,  $V_{22}$ . Работник получит зарплату за все будущие периоды, ценность которой будет  $\frac{w}{1 - \delta}$ .

Если работник предпочитает честно говорить, то, как было рассмотрено выше, ра-

ботодатель получает  $V_{22bonus}$  (см. (9)), а сотрудника делает безразличным к выбору, говорить честно или лгать, как описывалось ранее. Таким образом, сотрудник получит ту же ожидаемую ценность  $\frac{w}{1 - \delta}$ .

Наконец, если сотрудник предпочитает говорить честно без бонуса, то работодатель получит  $(1 - p_3)V_{22} + p_3V_{23}$ , которая состоит из двух возможностей: 1) придет талантливый

кандидат с вероятностью  $p_3$ , 2) он не придет, и ситуация будет такая же, как и на начало периода (рассуждение аналогично рассуждению в (5)). При этом сотрудник может быть уволен в какой-то момент времени в будущем, а значит, получит меньшую ценность – именно эту ценность мы считали на этапе расчета бонуса.

Предложенный бонус (3), (9) делает работника безразличным между тем, чтобы честно доложить о сильном кандидате, когда он придет, и тем, чтобы этого не делать и продолжать получать зарплату. Мы будем считать, что работник в таких случаях всегда выбирает честность (можно считать, что при прочих равных условиях работник поступает так, как будет лучше для других). Если бонус отсутствует, то работник получает меньше, если честно говорит, поэтому стимулов к честности у него нет. Таким образом, в данной постановке есть два возможных исхода:

$$(V_{22bonus}, \frac{w}{1-\delta}) \text{ и } (V_{22}, \frac{w}{1-\delta}).$$

Исследуем, какой из них будет выбран в том или ином случае. Во-первых, мы можем увидеть, что для небольших значений  $\delta$  платить бонус является лучшим выбором. Размер бонуса уменьшается с ростом  $\delta$ , но размер дохода  $y$  не будет изменен. Интуиция здесь следующая: если величина  $\delta$  мала, то работник не боится быть уволенным в следующем периоде, а владелец всё еще получит результат от умного агента без учета дисконта. Это можно увидеть, подставив  $\delta=0$  в опцию с бонусом и без бонуса и сравнить (по непрерывности в некоторой окрестности нуля знак будет сохраняться). В результате получим  $V_{22bonus} = 2\theta_2 + p_3(\theta_3 - \theta_2) > 2\theta_2 = V_{22}$ .

Если  $p_3$  мало, то сотрудник не боится быть уволенным после того, как его умный коллега найдет работника умнее, так как понимает, что вероятность этого мала и будущее не очень ценно, однако здесь важно, чтобы величина  $w$  тоже была не слишком велика (смотри рис. 1, график для  $V_{22bonus}$ ). Это можно увидеть из производной от  $V_{22bonus}$ , а также того, что  $V_{22} = V_{22bonus}$  при  $p_3 = 0$ , то есть если в нуле производная положительна, то и в окрестности нуля она будет положительной. В нуле видно, что производная положительна при небольших значениях  $\delta$  и  $w$ , поскольку доходная часть зависит от функции с  $p_3$  в первой степени, а часть, вычитаемая за

бонус, – во второй степени (непосредственная алгебраическая форма не приводится, поскольку громоздка и ненаглядна).

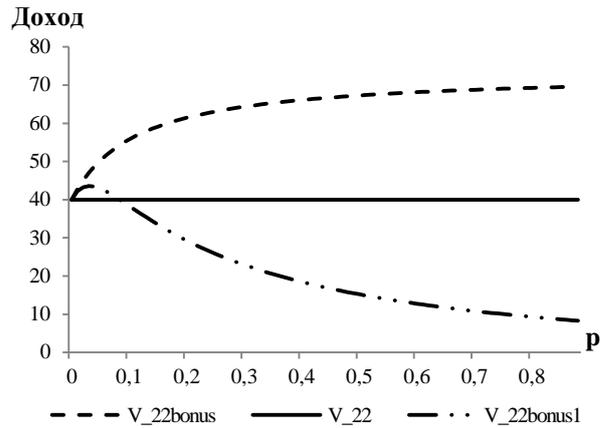


Рис. 1. Сравнение дохода с учетом бонуса и без него в зависимости от вероятности  $p_3$  появления кандидата с уровнем полезности  $\theta_3$ :

$$V_{22bonus} : \delta = 0.9, w = 3$$

$$p_1 = 0.1; V_{22bonus}^1 : \delta = 0.9, w = 10, p_1 = 0.1$$

Во-вторых,  $V_{22}$  не зависит от выгоды, которую получают агенты от того, что имеют работу.  $V_{22bonus}$  отрицательно зависит от этой выгоды (см. рис. 2). Это говорит о том, что в компаниях, которые дают очень высокую выгоду для работника, внедрение бонуса не будет правильным шагом, а будет вести к неэффективности. Подобный эффект можно увидеть в правительстве многих стран: президент не создает механизма к поощрению сотрудников, которые наймут умных коллег в правительство, поскольку такое поощрение должно быть огромно, чтобы превзойти страх чиновников быть уволенными из правительства.

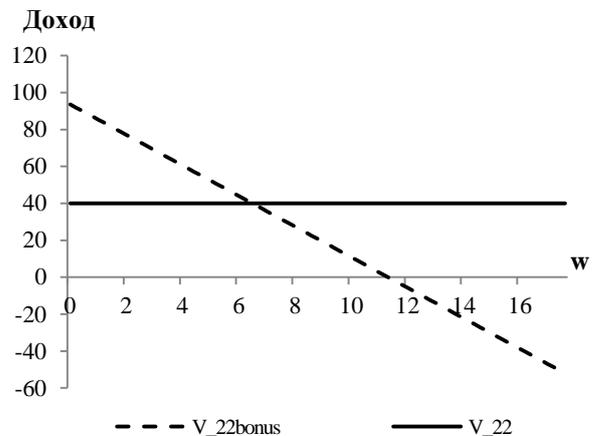


Рис. 2. Сравнение дохода с бонусом и без него в зависимости от уровня зарплаты:

$$\delta = 0.9, p_1 = 0.1, p_2 = 0.7, p_3 = 0.2$$

#### 4. Расширения модели

Существует набор возможных расширений для описанной модели (1)–(11). Первое, владелец может иметь отдел в компании (HR-отдел), который нанимает сотрудников. В нашей модели это может быть учтено как наличие сотрудника, получающего зарплату, но не производящего продукт. Мы предполагаем, что данный HR-сотрудник правдив, так как он дорожит своей репутацией и профессионализмом (его работа заключается в том, чтобы нанимать работников). Владелец будет платить ему зарплату  $w_{hr}$ , пока тот не наймет талантливого работника, который потом возьмет на себя функцию отбора. В сумме владелец заплатит HR следующий ожидаемый доход  $W_{hr}$ :

$$W_{hr} = \sum_{t=0}^{\infty} p_3(1-p_3)^t \delta^t w_{hr}. \quad (12)$$

Суммируя (12), получим

$$W_{hr} = \frac{p_3 w_{hr}}{1 - \delta + \delta p_3}. \quad (13)$$

Исходя из (12) и (13), ожидаемая прибыль в таком случае будет равна

$$V_{22hr} = (1-p_3)(2\theta_2 + \delta V_{22hr}) + \quad (14)$$

$$+ p_3(\theta_2 + \theta_3 + V_{23}) - W_{hr},$$

где

$$V_{22hr} = \frac{(1-p_3)(2\theta_2) + p_3(\theta_2 + \theta_3 + \delta V_{23})}{1 - \delta + \delta p_3} - \quad (15)$$

$$-\frac{p_3 w_{hr}}{1 - \delta + \delta p_3},$$

Опция (14), (15) будет лучше, чем бонус (3), если  $w_{hr} \leq \frac{p_3 \delta w}{(1 - \delta + p_3 \delta)(1 - \delta)}$ , и мо-

жет быть эффективна в тех случаях, когда выгода от наличия работы. Таким образом, наём HR-сотрудника может быть эффективной мерой для улучшения коррумпированного коллектива, где не очень талантливые работники не дают талантам попасть в компанию (например, университет может нанять ректора извне для того, чтобы улучшить качество профессуры).

Второе – выгода от наличия работы может зависеть от команды в компании. Логично предположить, что работники могут получать выгоду от того, что работают с умными коллегами (они могут учиться у них). В таком случае владелец может мотивировать сотрудников нанимать умных кандидатов, давая им

возможность впоследствии учиться у последних. Например, владелец может создать систему корпоративных семинаров и тренингов.

Третье – мы можем предположить, что владелец может получать сигналы от нескольких работников о типе кандидата. В том случае, если работники не могут вступить в сговор против начальника, последний может создать механизм, который будет заключаться в следующем: работник, который сказал, что кандидат плохой, когда все остальные сказали, что кандидат хороший, будет уволен.

Наконец, мы можем добавить избегание работниками риска. В таком случае ожидаемая полезность работника будет уменьшаться от бонуса, так как работник не будет знать, когда именно его уволят после получения бонуса. Владельцу придется включить риск-премии в бонус. В таком случае социальный оптимум будет достигаться при более жестких условиях.

#### 5. Пример

В силу того что данные по производительности компании и полезностям сотрудников (вкладу в работу отдельных сотрудников) обычно являются коммерческой тайной, представить численный пример не представляется возможным. Однако модель позволяет лучше понять ряд реальных конфликтов и может быть использована для решения для некоторых из них. Нами уже упоминались подобные примеры – набор политиков в партию, профессоров в университет, программистов в компанию.

В качестве примера неэффективности процедуры найма работников в реальном мире, которая могла бы быть разрешена с помощью нашего контракта, мы предлагаем следующую историю, описанную в блоге Константина Сонины [12] и книге «You failed your math test, Comrade Einstein» [22]. М. Shifman описывает систему, при которой умные студенты-евреи не могли попасть на мехмат. Сонин пишет, что эта система была выгодна неталантливым исследователям с мехмата. Известно, что эта система была изначально внедрена на мехмат извне, а затем поддерживалась слабыми профессорами. Кроме того, Сонин подчеркивает, что лучшие профессора редко участвовали в отборе. В данном случае наша модель показывает, как могла бы быть решена данная проблема: вовлечение талантливых профессоров в процесс отбора создало бы правильные стимулы для комиссии, повысило бы качество абитуриентов. В данном случае мы сталкиваемся с ситуацией, где идеология оказывалась на одной стороне конфликта, возникающего в

системе отбора кадров (приеме студентов). Но есть много случаев, когда решающей стороной конфликта на рынке труда становились интересы компаний, являющихся или претендующих на монопольное положение. В монографии Т. Jackson [18] описано много ситуаций, когда на пике развития транзисторных систем фирма *IBM* блокировала возможности других компаний в трудоустройстве талантливых инженеров, способных изменить существовавшие тогда тенденции развития ЭВМ на новые «микрочиповые» технологии. При этом создание компаний типа *Intel* (а по существу, всей Кремниевой долины [18; 19]) оказалось возможным только благодаря высочайшему профессионализму организаторов при подборе кадров в условиях жесткого противодействия конкурентов, причем не только внешних, но и внутри корпорации.

### 6. Заключение

Исследованы возможности участия сотрудников в процессе набора кандидатов в штат. Обнаружено, что для достижения социального оптимума следует использовать в этом процессе наиболее квалифицированных сотрудников, так как они менее всего боятся за свое будущее. Для владельца компании может быть выгодно платить бонус сотруднику, который привел талантливого кандидата в компанию. Кроме того, мы показали, что такой бонус позволяет достичь социально оптимального решения. Бонус зависит от оплаты работы и особенно хорош, когда эта оплата не слишком большая.

В случаях когда владелец компании не видит решения, которое поможет ему и компании в целом достичь социального оптимума в терминах антагонистической игры, он может использовать компромиссные решения, принятые на основе взаимных уступок. Можно использовать аппарат теории игр с непротивоположными интересами [5] и формализованные процедуры теории активных систем [3]. Основным недостатком компромиссных решений в терминах В.Н. Буркова [3] и Ю.Б. Гермейера [5] заключается в том, что стороны могут нарушать договоренности, и в результате компромиссные решения оказываются неустойчивыми. Повысить устойчивость соглашений можно разными способами, например лишением прав субъектов менять свои решения, передав эти права владельцу компании. Существует набор условий, обеспечивающих устойчивость компромиссных решений. Перечислим их:

1) компромиссные решения устойчивы по Нэшу [8], если нарушения их не выгодны ни одному из участников, то есть обуслов-

лены тем, что при отклонении от компромисса нарушитель имеет меньшую выгоду, чем при компромиссном решении;

2) компромиссные решения, удовлетворяющие условиям теоремы Цермело [5], обусловлены полной информированностью участников, и их устойчивость обеспечена, если участники придерживаются правил не только текущего выбора, но и последующих действий, сообщая о них другим участникам.

В некоторых случаях социальный оптимум не может быть достигнут. Данные случаи характеризуются следующим: высокой оплатой работы и низким различием в квалификации работников. Владелец в таком случае не будет иметь мотивации стимулировать сотрудников, так как внедрение мотивации будет стоить слишком дорого.

### Список литературы

1. *Абакаров А.Ш., Сушков Ю.А.* Двухэтапная процедура отбора перспективных альтернатив на базе табличного метода и метода анализа иерархий // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электронный журнал 2008. № 7. URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/97924.html> (дата обращения: 09.08.2015).
2. *Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н.* Анализ, синтез, планирование решений в экономике. М.: Финансы и статистика, 2004. 464 с.
3. *Бурков В.Н.* Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977. 225 с.
4. *Вагнер Г.* Основы исследования операций. Т. 2. Перевод с английского В.Я. Алтаева. М.: Мир, 1973. 489 с.
5. *Гермейер Ю.Б.* Игры с непротивоположными интересами. М.: Наука, 1976. 327 с.
6. *Исследование операций в экономике: учеб. пособие для вузов / под ред. Н.Ш. Кремера.* М.: ЮНИТИ, 1997. 407 с.
7. *Конюховский П.В.* Математические методы исследования операций в экономике. СПб.: Питер, 2000. 208 с.
8. *Новосельцев В.И., Тарасов Б.В., Голиков В.К., Дёмин Б.Е.* Теоретические основы системного анализа / под. ред. В.И. Новосельцева. М.: Майор, 2006. 502 с.
9. *Нейман Дж.Ф., Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970. 709 с.
10. *Саати Т.Л.* Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1989. 316 с.

11. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем. М.: Радио и связь, 1991. 224 с.

12. Сонин К. О настоящем герое России. URL: <http://ksonin.livejournal.com/554890.html> (дата обращения: 15.12.2015).

13. Aghion P., Tirole J. Formal and real authority in organizations // Journal of political economy. 1997. Vol. 105(1). P. 1–29.

14. Akerlof G.A. The market for «lemons»: Quality uncertainty and the market mechanism // The quarterly journal of economics. 1970. Vol. 84, № 3. P. 488–500.

15. Cater B., Lew B., Pivato M. Why tenure? // MPRA Paper. 2009. № 14823. URL: [https://mpra.ub.uni-muenchen.de/14823/1/MPRA\\_paper\\_14823.pdf](https://mpra.ub.uni-muenchen.de/14823/1/MPRA_paper_14823.pdf) (дата обращения: 09.08.2015).

16. Hart O., Moore J. On the design of hierarchies: coordination versus specialization // Journal of Political Economy. 2005. Vol. 113(4). P. 675–702.

17. Holmstrom B.H. Moral hazard and observability // The Bell journal of economics. 1979. Vol. 10, № 1. P. 74–91.

18. Jackson T. Inside Intel: The Unauthorized History of the World's Most Successful Chip Company. N. Y.: Harper Business, 2013. 328 p.

19. Malone M.S. The Intel Trinity: How Robert Noyce, Gordon Moore, and Andy Grove Built the World's Most Important Company. N. Y.: Harper Business, 2014. 560 p.

20. McPherson M.S., Winston G.C. The economics of academic tenure: a relational perspective // Journal of Economic Behavior & Organization. 1983. Vol. 4(2). P. 163–184.

21. Rothschild M., Stiglitz J. Equilibrium in competitive insurance markets // An essay on the economics of imperfect information. 1992. Vol. 90, № 4. P. 355–375.

22. Shifman M. You failed your math test, comrade Einstein. Singapore and London, 2005. P. 15–30. URL: <https://library.soas.ac.uk/Record/909067> (дата обращения: 09.08.2015).

23. Spence A.M. Job market signaling // Quarterly Journal of Economics. 1973. Vol. 87, № 3. P. 355–374.

Получено: 26.02.2016.

## References

1. Abakarov A.Sh., Sushkov Iu.A. Dvukhetapnaia protsedura otbora perspektivnykh alternative na baze tablichnogo metoda i metoda analiza ierarkhii [The two-stage procedure of

selection of perspective alternatives on the basis of a tabular method and a method of the analysis of hierarchies]. *Nauka i obrazovanie. MGTU im. N.E. Baumana. Elektronnyi zhurnal* [Science and education. MSTU of N.E. Bauman], 2008, no. 7. (In Russian) Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/97924.html> (accessed 09.08.2015).

2. Andreichikov A.V., Andreichikova O.N. *Analiz, sintez, planirovanie reshenii v ekonomike* [The analysis, synthesis, planning of decisions in economy]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 2004. 464 p. (In Russian).

3. Burkov V.N. *Osnovy matematicheskoi teorii aktivnykh sistem* [Bases of the mathematical theory of active systems]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 225 p. (In Russian).

4. Wagner G. *Osnovy issledovaniia operatsii. T. 2. Perevod s angl. V.Ia. Altaeva* [Bases of a research of operations. Vol. 2. The translation from the English V.Ya. Altaev]. Moscow, Mir Publ., 1973. 489 p. (In Russian).

5. Germeier Iu.B. *Igry s neprotivopolozhnyimi interesami* [Games with not opposite interests]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 327 p. (In Russian).

6. *Issledovanie operatsii v ekonomike. Uchebnoe posobie dlia vuzov pod red. N.Sh. Kremera* [Research of operations in economy. The manual for higher education institutions edited by N.Sh. Kremer]. Moscow, YUNITI Publ., 1997. 407 p. (In Russian).

7. Koniukhovskii P.V. *Matematicheskie metody issledovaniia operatsii v ekonomike* [Mathematical methods of operations research in economics]. St. Peterburg, Piter Publ., 2000. 208 p. (In Russian).

8. Novosel'tsev V.I., Tarasov B.V., Golikov B.K., Demin B.E. *Teoreticheskie osnovy sistemnogo analiza. Pod red. V.I. Novosel'tseva* [Theoretical bases of the system analysis. Edited by V.I. Novoseltsev]. Moscow, Maior Publ., 2006. 502 p. (In Russian).

9. Neimann Dzh., Morgenshtern O. *Teoriia igr i ekonomicheskoe povedenie* [Game theory and economic behavior]. Moscow, Nauka Publ., 1970. 709 p. (In Russian).

10. Saati T.L. Priniatie reshenii. Metod analiza ierarkhii [Decision-making. Method of the analysis of hierarchies]. Moscow, Radio i sviaz' Publ., 1989. 316 p. (In Russian).

11. Saati T., Kerns K. *Analiticheskoe planirovanie. Organizatsiia sistem* [Analytical planning. Organization of systems]. Moscow, Radio i sviaz' Publ., 1991. 224 p. (In Russian).

12. Sonin K. *O nastoiashchem geroe Rossii* [About the real hero of Russia]. (In Rus-

sian) Available at: <http://ksonin.livejournal.com/554890.html> (accessed 15.12.2015).

13. Aghion P., Tirole J. Formal and real authority in organizations. *Journal of political economy*, 1997, vol. 105(1), pp. 1–29.

14. Akerlof G.A. The market for "lemons": Quality uncertainty and the market mechanism. *The quarterly journal of economics*, 1970, vol. 84, no. 3, pp. 488–500.

15. Cater B., Lew B., Pivato M. Why tenure? *MPRA Paper*, 2009, no. 14823. Available at: [https://mpra.ub.uni-muenchen.de/14823/1/MPRA\\_paper\\_14823.pdf](https://mpra.ub.uni-muenchen.de/14823/1/MPRA_paper_14823.pdf) (accessed 09.08.2015).

16. Hart O., Moore J. On the design of hierarchies: coordination versus specialization. *Journal of Political Economy*, 2005, vol. 113(4), pp. 675–702.

17. Holmstrom B.H. Moral hazard and observability. *The Bell journal of economics*, 1979, vol. 10, no. 1, pp. 74–91.

18. Jackson T. *Inside Intel: The Unauthorized History of the World's Most Successful Chip Company*. New York, HarperBusiness Publ., 2013. 328 p.

19. Malone M.S. *The Intel Trinity: How Robert Noyce, Gordon Moore, and Andy Grove Built the World's Most Important Company*. New York, HarperBusiness Publ., 2014. 560 p.

20. McPherson M.S., Winston G.C. The economics of academic tenure: a relational perspective. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 1983, vol. 4(2), pp. 163–184.

21. Rothschild M., Stiglitz J. Equilibrium in competitive insurance markets. *An essay on the economics of imperfect information*, 1992, vol. 90, no. 4, pp. 355–375.

22. Shifman M. *You failed your math test, comrade Einstein*. Singapore and London, 2005, pp. 15–30. Available at: <https://library.soc.su.ac.uk/Record/909067> (accessed 09.08.2015).

23. Spence A.M. Job market signaling. *Quarterly Journal of Economics*, 1973, vol. 87, no. 3, pp. 355–374.

*The date of the manuscript receipt:*  
26.02.2016.

---

**ECONOMIC-MATHEMATICAL MODELING OF EMPLOYMENT CONTRACTS  
AT THE RECRUITMENT PROCEDURE**

Arseniy A. Gorbushin, Postraduate Student

E-mail: [arseniygorbushin@gmail.com](mailto:arseniygorbushin@gmail.com)

**Vyatka State University;**

**36, Moskovskaya st., Kirov, 610000, Russian Federation**

Anatoly V. Shatrov, Doctor of Mathematics and Physics, Professor, Head of the Department  
of Mathematical Modeling in Economics

E-mail: [avshatrov1@yandex.ru](mailto:avshatrov1@yandex.ru)

**Vyatka State University;**

**36, Moskovskaya st., Kirov, 610000, Russian Federation**

The paper considers an economic-mathematical model of the recruitment procedure. In the real sector of economy, employers are often incapable of evaluating professional skills of a candidate for a certain job position. This problem is becoming more pressing nowadays, when managers are usually proficient in managing skills but do not have a relevant job experience. Under these conditions, a specialist from among the employees could be better at assessing qualities of a candidate from outside the company. Thus, the principal (a firm owner/manager) may wish to use his employees' knowledge to hire new smart (skilled, talented) staff. However, workers know that the firm will only keep a limited number of workplaces. That may be for various reasons: perhaps, in a division inside a big company there is a quota on the number of workplaces; or the firm needs a limited number of qualified employees to produce its optimal output. Thus, workers have incentives to prevent more talented candidates from getting a job because those people may later recommend the principal to replace less gifted ones. In the paper, we consider this conflict using the modeling approach of game theory. The research appears to be currently relevant since there is a necessity to solve personnel problems at all levels, including the level of the firm's activity. The novelty of the solution to this task in Russian scientific literature is provided by the solution method and the essential content – application of the game theory to decision-making problems in the contract theory. Unlike foreign analogs, the problem of delegation of powers is considered as a solution to the task on social optimum, when the profitability of the company reaches the maximum but the amount of payment to

workers does not decrease. It is shown that to achieve the social optimum the owner has to delegate powers to competent employees.

*Keywords: economic-mathematical model, game theory, decision theory, recruitment procedure contract theory.*

**Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:**

*Горбушин А.А., Шатров А.В. Экономико-математическое моделирование профессиональных контрактов при найме работников в фирму // Вестник Пермского университета. Сер. «Экономика» = Perm University Herald. Economy. 2016. № 4(31). С. 95–105. doi: 10.17072/1994-9960-2016-4-95-105*

**Please cite this article in English as:**

*Gorbushin A.A., Shatrov A.V. Economic-mathematical modeling of employment contracts at the recruitment procedure // Vestnik Permskogo universiteta. Seria Ekonomika = Perm University Herald. Economy. 2016. № 4(31). P. 95–105. doi: 10.17072/1994-9960-2016-4-95-105*