

doi 10.17072/1994-9960-2016-4-74-85

УДК 330.4:336

ББК 65в6+65.26

## ***Р-АДИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ИНДЕКСА RTS В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТАЙМФРЕЙМОВ***

**П.М. Симонов, докт. физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры информационных систем и математических методов в экономике**

Электронный адрес: [simpm@mail.ru](mailto:simpm@mail.ru)

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Россия, г. Пермь, ул. Букирева, 15

**С.А. Филимонова, магистрант кафедры информационных систем и математических методов в экономике**

Электронный адрес: [sofya\\_filimonova@mail.ru](mailto:sofya_filimonova@mail.ru)

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Россия, г. Пермь, ул. Букирева, 15

Главной предпосылкой изучения ценовых колебаний, происходящих на финансовых рынках, с помощью методов эконофизики является схожесть физических и экономических процессов. Оба процесса хаотичны, определены во времени, но не могут быть спрогнозированы на его основе. В качестве подхода для рассмотрения ценовых изменений выбран один из методов эконофизики –  $p$ -адический анализ. Целью исследования является применение методики  $p$ -адического моделирования и прогнозирования для колебаний цен на финансовых рынках, предметом – динамика индекса RTS. Приведено математическое описание  $p$ -адического анализа – определение  $p$ -адических чисел и их представление в пространстве  $Q_p$ . Оно является полным метрическим (порожденным  $p$ -адической неархимедовой нормой) пространством, что позволяет применять  $p$ -адические числа для моделирования стохастических явлений. Построены модели основных элементарных фигур динамики цен на финансовых рынках, таких как линейная функция, ступенчатая функция и волновая модель Р.Н. Эллиотта. В истории финансовых рынков найдены примеры, которые характерны для  $p$ -адического отображения. Сделана попытка создания методики по построению  $p$ -адических моделей и прогнозов, в соответствии с которой произведен анализ динамики индекса RTS. Для динамики индекса RTS построены четыре модели – по месяцам, неделям, дням и часам. Определены основные типы прогнозов, полученных на основе  $p$ -адических моделей, – оптимистичный, пессимистичный, усредненный и прогноз продолжающегося развития. Сделаны выводы о точности как  $p$ -адических моделей в зависимости от таймфреймов, так и их прогнозов в зависимости от выявленных типов. Найдены преимущества и недостатки  $p$ -адического анализа. Результаты исследований могут быть использованы для дальнейшего изучения волновых паттернов  $p$ -адическим отображением, применяемых не только к ценовым колебаниям, но и к другим экономическим процессам. Кроме того,  $p$ -адические модели могут выступать в качестве инструмента технического анализа.

---

*Ключевые слова:  $p$ -адическая аппроксимация, RTS Index, погрешность  $p$ -адического прогноза, эконофизика,  $p$ -адический анализ, волновые паттерны фракталов, финансовые рынки.*

### **Введение**

Финансовые рынки как система сложны и неустойчивы, происходящие на них ценовые изменения финансовых активов представляют собой стохастический процесс, что связано с огромным числом сделок между участниками рынка по купле/продаже активов. Кроме ценовых изменений, стохастическими процессами

являются броуновское движение и случайные блуждания в физике.

Достижения в физике по изучению неупорядоченных стохастических систем велики, поэтому знания из физики стали применять к исследованию стохастических процессов в экономике. Первые попытки моделирования и анализа финансовых (экономических) систем с использованием физических аналогий относят-

ся к 1936 г. и были сделаны Э. Майораном, итальянским физиком-теоретиком. Но в то время сходства между финансовыми и физическими системами изучались эпизодически, а сама мысль о таком сходстве была неортодоксальной. Позднее, с 1990-х гг., активность исследований экономики с использованием методов физики увеличилась: стали организовываться конференции, издаваться новые междисциплинарные журналы.

Привнесенное изменение из физики в экономику заключается в том, что главным элементом в моделировании процессов является эмпирический анализ экономических данных [12]. Также новшества заключаются в теории и методах моделирования стохастических систем. Наука, которая использует физические методы для изучения экономических (неупорядоченных) систем, называется эконофизикой (данный неологизм был введен профессорами физики Р.Н. Мантеня и Г.Ю. Стенли) [13, с. 12]. Методами исследования экономических систем в эконофизике [11] выступают мультифрактальный анализ (показатели Хёрста, R/S-анализ), нелинейная динамика (показатели Ляпунова, аттракторы), статистическая физика (уравнение Фоккера – Планка, уравнение Колмогорова, Леви-распределение [22]), искусственные нейросети (кластеризация), *p*-адический анализ [17–21].

В настоящей статье в качестве метода моделирования финансовых процессов выбирается *p*-адический анализ, который наиболее детально разработан и изучен в В.М. Жарковым, старшим научным сотрудником НИЛ ОПП Естественного института при ПГНИУ. Поэтому целью исследования является применение методики *p*-адического моделирования и прогнозирования для колебаний цен, индексов фондовых бирж, курсов активов, котировок валют на финансовых рынках. Предметом исследования выступает динамика индекса РТС.

Таким образом, проблема анализа финансовых процессов как неупорядоченных и стохастических явлений представляется актуальной не только для участников финансового рынка, но и для ученых в сфере экономики и физики. Решение данной проблемы заключается в изучении *p*-адической математики, в определении методики *p*-адического моделирования и прогнозирования, в построении на основе исследуемого функционала элементарных фигур и наиболее типичных случаев финансового рынка.

### **Основы *p*-адической математики**

*p*-адические числа, впервые введенные К. Гензелем в 1897 г., использовались в решении диофантовых (полиномиальных) уравнений

[19, с. 8]. С 1980-х гг. *p*-адические числа начали применяться В.С. Владимировым и группой И.В. Воловича в математике и физике: были созданы *p*-адические модели квантовой механики и теории струн, описывающие изменение геометрии пространства на планковских масштабах [2; 3]. В последнее время в ряде работ было показано, что *p*-адические числа хорошо приспособлены для описания фракталов [1; 4], в 2000-х гг. В.М. Жарковым разработана методика [5–9; 23] по изучению экономических процессов с помощью *p*-адического анализа.

В повседневной жизни и в научных экспериментах мы никогда не имеем дела с бесконечными десятичными дробями, т.е. с иррациональными вещественными числами. Результаты любых практических действий мы можем выражать только в рациональных числах. Итак, примем в качестве нашей отправной точки поле рациональных чисел  $\mathcal{Q}$  [2, с. 9].

Нормой называется отображение, обозначаемое через  $\|\cdot\|$ , поля  $F$  в множество неотрицательных вещественных чисел, такое, что:

1)  $\|x\| = 0$  тогда и только тогда, когда  $x = 0$ ,

2)  $\|x \cdot y\| = \|x\| \cdot \|y\|$ ,

3)  $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$  [10, с. 9].

Пусть  $p \in \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$  – некоторое простое число. Для произвольного ненулевого целого числа  $x$  ( $x \in \mathbb{Z}$  – это множество всех целых чисел) положим  $ord_p x$  равным кратности вхождения  $p$  в разложение  $x$  на простые сомножители, т.е. наибольшему целому неотрицательному числу  $m$ , для которого  $x = 0 \pmod{p^m}$ . Если  $x = \frac{a}{b}$ ,  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$ , то  $ord_p x = ord_p a - ord_p b$  [10, с. 10].

Определим на  $\mathcal{Q}$  (поле рациональных чисел) следующее отображение  $|\cdot|_p$  [10, с. 11]:

$$|x|_p = \begin{cases} \frac{1}{p^{ord_p x}}, & \text{если } x \neq 0; \\ 0, & \text{если } x = 0. \end{cases}$$

Норма называется неархимедовой, если всегда выполнено неравенство  $\|x + y\| \leq \max(\|x\|, \|y\|)$  [10, с. 11].

Таким образом,  $|\cdot|_p$  является неархимедовой нормой на поле  $\mathcal{Q}$ .

Поле  $\mathcal{Q}_p$  *p*-адических чисел называется пополнением поля  $\mathcal{Q}$  рациональных чисел по *p*-адической норме.

Данное определение есть точный аналог конструкции вещественного числа путем пополнения поля рациональных чисел по норме, определяемой вещественным расстоянием. В  $\mathcal{Q}_p$  можно ввести метрику (*p*-адическое расстояние), порожденную *p*-адической нормой:

$d_p(x, y) = |x - y|_p$ .  $Q_p$  является полным метрическим сепарабельным пространством [10, с. 9].

Таким образом,  $p$ -адические числа составляют неотъемлемую часть теории чисел, алгебраической геометрии и других разделов современной математики, применяются в теоретической физике, а также для исследований в области экономики.

**$P$ -адическое моделирование: методика и реализация построения типичных случаев**

$P$ -адическая аппроксимация изменений курсов активов позволяет представить ценовые изменения на финансовых рынках в пространстве  $p$ -адических чисел, а не вещественных. Такое представление способствует наиболее точному отображению скачков индексов фондовых бирж, курсов активов, котировок валют [23].

Методика построения  $p$ -адической аппроксимации заключается в следующем алгоритме действий [6; 8].

1. Выбор  $p$ -адического числа ( $p = 2, p = 3$ ).  $P$ -адическое число используется для описания корректирующих и импульсных волн.
2. Перевод числа в  $p$ -адичную систему исчисления. Любое  $p$ -адическое число при переводе из целого числа  $x$  по основанию  $p$  имеет запись:  $0. a_0 a_1 a_2 \dots a_i \dots$ , где  $a_i \in \{0, 1, \dots, p - 1\}$  и  $x(p) = a_0 + a_1 p^{\beta_1} + a_2 p^{2 \cdot \beta_2} + \dots$ , где  $\beta_1, \beta_2, \dots \in [0, 2]$  – размерность  $p$ -адического числа.

3. Построение кусочно-линейной аппроксимации волновых паттернов  $p$ -адическими отображениями:  $\hat{y}_t = y(x) = a + b \cdot x(p)$ .

Таким образом,  $p$ -адическая аппроксимация представляет собой кусочно-линейную модель, параметры которой могут быть найдены с помощью метода наименьших квадратов. При этом функция  $\hat{y}_t$  зависит от значений не только параметров, но и другой функции  $x(p)$ . Функция  $x(p)$ , в свою очередь, определяется значением  $p$ -адического числа. Задача нахождения уравнения модели является задачей условной оптимизации (1), решение которой заключается в нахождении уравнения модели (2) при соблюдении ограничений (4) и выполнении условия (3) [14–16].

$$S^2 = (y_t - \hat{y}_{t,j})^2 \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$t = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}; \quad (2)$$

$$\hat{y}_{t,j} = a + b \cdot x_j(p), \quad j = \overline{1, n}; \quad (3)$$

$$\begin{cases} p = 2 \text{ или } p = 3, \\ \beta_i \in [0, 2], \\ a_i \in \{0, 1, \dots, p - 1\}; \end{cases} \quad (4)$$

где  $t$  – количество исходных точек,  $j$  – количество аппроксимирующих  $p$ -адических точек.

На основе предложенной методики можно построить  $p$ -адические кусочно-линейные модели для наблюдаемых на финансовых рынках элементарных фигур.

1) Линейная функция, зависящая только от константы  $\hat{y}_{t,j} = a + b \cdot x_j(p)$ , где  $a \neq 0, b = 0$  (рис. 1). Данная элементарная фигура, для которой погрешность  $S^2 = 4,44 \cdot 10^{-12} \rightarrow \min$ , описывается уравнением  $\hat{y}_{t,j} = 0,998 + 7,36 \cdot 10^{-7} \cdot (a_{0,t} + a_{1,t} + a_{2,t} + a_{3,t} \cdot 2^{3 \cdot 0,199})$ ,  $t = \overline{1, 10}, j = \overline{1, 10}$ .

2) Линейная функция, зависящая не только от константы, но и от времени  $\hat{y}_{t,j} = a + b \cdot x_j(p)$ , где  $a \neq 0, b \neq 0$  (рис. 2). Данная элементарная фигура, для которой погрешность  $S^2 = 2,98 \cdot 10^{-9} \rightarrow \min$ , описывается уравнением  $\hat{y}_{t,j} = a_{0,t} + a_{1,t} \cdot 3^{0,999} + a_{2,t} \cdot 3^{2 \cdot 0,999}$ ,  $t = \overline{1, 10}, j = \overline{1, 10}$ .

3) Ступенчатая функция (рис. 3). Данная элементарная фигура, для которой погрешность  $S^2 = 0,128 \rightarrow \min$ , описывается уравнением  $\hat{y}_{t,j} = 5,978 - 0,979 \cdot (a_{0,t} + a_{1,t} \cdot 2^0 + a_{2,t} \cdot 2^{2 \cdot 0,523} + a_{3,t} \cdot 2^{3 \cdot 1,014})$ ,  $t = \overline{1, 9}, j = \overline{1, 9}$ .

4) Волновой цикл Р.Н. Эллиотта (рис. 4). Данная элементарная фигура, для которой погрешность  $S^2 = 2,65 \cdot 10^{-8} \rightarrow \min$ , описывается двумя уравнениями:

$$a) \hat{y}_{t,k} = 0,999 \cdot (a_{0,t} + a_{1,t} \cdot 3^{0,369}), \quad t = \overline{1, 8}, k = \overline{1, 8};$$

$$b) \hat{y}_{t,l} = 9,738 - 0,5 \cdot (a_{0,t} + a_{1,t} \cdot 3^0 + a_{2,t} \cdot 3^{2 \cdot 1,069}), \quad t = \overline{9, 13}, l = \overline{9, 13}.$$

Далее, на рис. 1–4 приведем графики элементарных фигур (пунктирная линия) и графики моделей (сплошная линия).

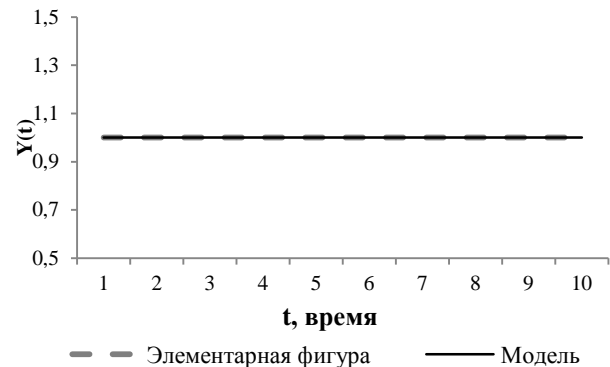
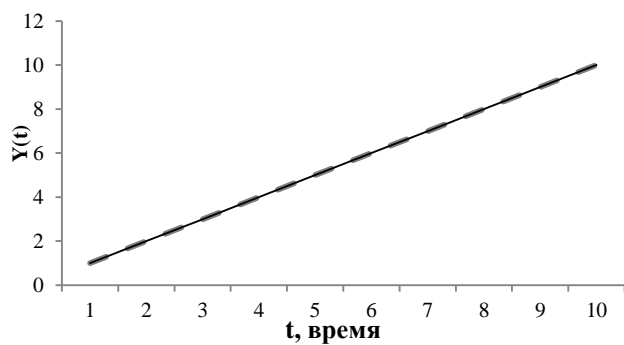
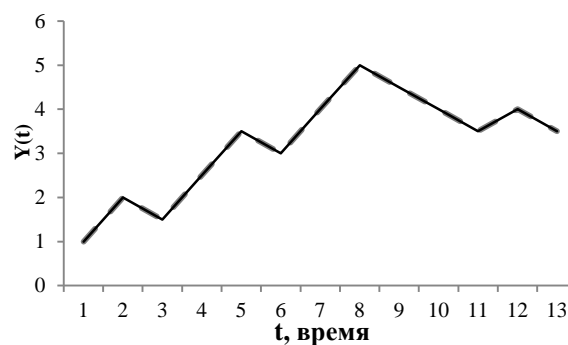


Рис. 1. График элементарной фигуры как линейной функции при  $a = 1$  и  $b = 0$



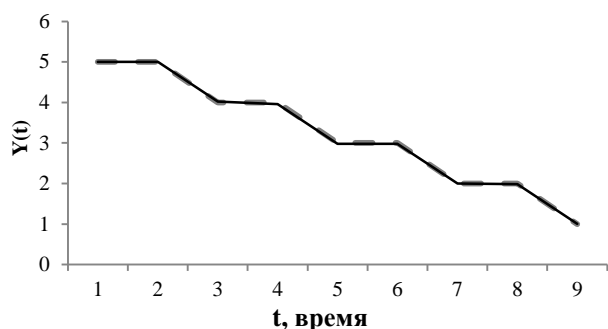
— — — Элементарная фигура      ————— Модель

Рис. 2. График элементарной фигуры как линейной функции при  $b > 0$



— — — Элементарная фигура      ————— Модель

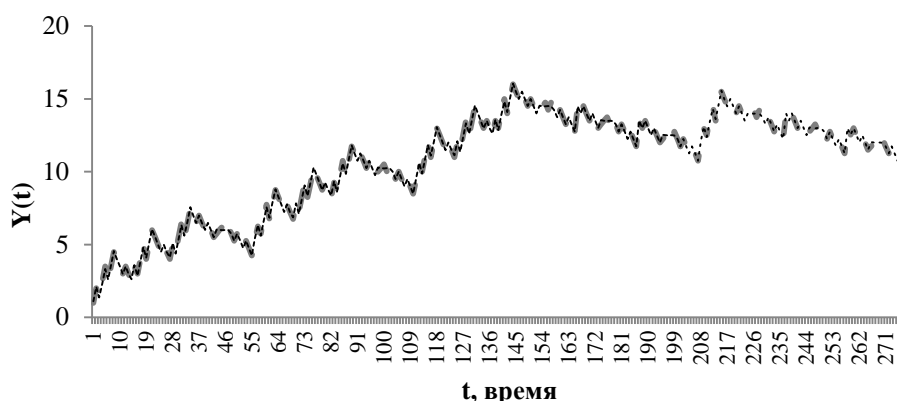
Рис. 4. График элементарной фигуры как волнового цикла Р.Н. Эллиотта



— — — Элементарная фигура      ————— Модель

Рис. 3. График элементарной фигуры как ступенчатой функции

В качестве базисной фигуры изменений курсов активов выступает волновая модель Р.Н. Эллиотта. Данную модель можно представить как фрактал третьего уровня. Если для изучения рыночного цикла Р.Н. Эллиотта взять исходную модель, состоящую из 278 точек, то *p*-адическая кусочно-линейная аппроксимация будет включать 145 точек и будет записана с использованием четырех функций (рис. 5) [14–16].



— — — Исходные данные, фрактал третьего уровня      ..... Модель фрактала

Рис. 5. Графики фрактала третьего уровня и его модели

*p*-адическую кусочно-линейную аппроксимацию фрактала третьего уровня можно представить следующим образом: как решение задачи условной оптимизации – значение целевой функции (5) и уравнение модели при выполнении условий (6).

В математическом пакете Wolfram Mathematica могут быть реализованы команды по построению графиков аппроксимации паттерна *p*-адическим отображением для финансового рынка.

$$S^2 = 3,472, \quad (5)$$

$$1) \hat{y}_{t,k} = 6,415 + 0,978 \cdot (a_{0,t} + a_{1,t} \cdot 3^{0,209}), \quad k = \overline{1,8}, t = 1, .8, 14, .21, 27, \dots \quad (6)$$

$$\dots 34,56. 63,69. 76,82. 89,111. 118,124. \dots 131,137. 144,208. 215;$$

$$2) \hat{y}_{t,l} = 48,467 - 0,521 \cdot (a_{0,t} + a_{1,t} \cdot 3^0 + a_{2,t} \cdot 3^{2 \cdot 1,969}), \quad l = \overline{9,13}, t = 9, \dots 13, 22. 26, 64. 68, 77. 81, 119. \dots 123, 132. 136;$$

$$3) \hat{y}_{t,m} = 12,842 - 0,499 \cdot a_{0,t}, \quad m = \overline{1,8}, t = 35. 42, 48. 55, 90. 97, 103. 110, 145. \dots 152, 158. 165, 166. 173, 179. 186, 187. \dots 194, 200. 207, 216. 223, 229. 236, 237. \dots 244, 250. 257, 258. 265, 271. 278;$$

4)  $\hat{y}_{t,n} = 14,169 - 0,0267 \cdot (a_{0,t} + a_{1,t} \cdot 3^0 + a_{2,t} \cdot 3^{2 \cdot 2}), n = \overline{9,13}, t = 43..47,98..102,153..157,174..178,195..199,224..228,245..249,266..270.$

В пакете *Wolfram Mathematica* находится функция  $p$ -адического числа с использованием стандартных операций:

$fxp[x, p, \beta] := IntegerDigits[x, p].$

$Table\left\{p^{i\beta}, \left\{ \begin{matrix} i, Length \\ [IntegerDigits[x, p]] - 1, 0, -1 \end{matrix} \right\}\right\}.$

Записываются значения  $p$ -адического числа, значения параметра  $p$ -адического числа и значения коэффициентов в уравнении модели:

$p =$  «Значение  $p$ -адического числа»;

$\beta =$  «Значение параметра (показателя степени)  $p$ -адического числа»;

$a, b =$  «Значение коэффициентов в управлении».

Строится график аппроксимации волновых паттернов  $p$ -адическими отображениями:  
 $y := a + b \cdot fxp[i, p, \beta]$  – линейная зависимость;

$ListLinePlot[Flatten[Table[y, \{i, 0, 1000\}]]].$

Результатом выполнения команд явилось построение на основе имеющихся данных (табл. 1) наиболее типичных случаев флуктуаций цен акций на финансовых рынках [14–16] с использованием аппроксимации волновых паттернов  $p$ -адическим отображением [8]:

1) аппроксимация паттерна «Пила» для изменения цен на акции ПАО «Аэрофлот – российские авиалинии» (рис. 7);

2) аппроксимация паттерна «Флэт» для изменения фьючерса RTSO (рис. 9);

3) аппроксимация паттерна «Лестница» для изменения курсов на ценную бумагу AFKS (рис. 11).

Таблица 1

Исходные данные для построения модели изменения курсов активов

№	Актив	Период моделирования	Таймфрейм
1	Акция ПАО «Аэрофлот – российские авиалинии» (рис. 6)	01.01.2009–27.09.2012	1 неделя
2	Фьючерс RTSO (рис. 8)	01.01.2014–11.02.2014	1 день
3	Ценная бумага AFKS (рис. 10)	01.01.2010–01.02.2014	1 неделя

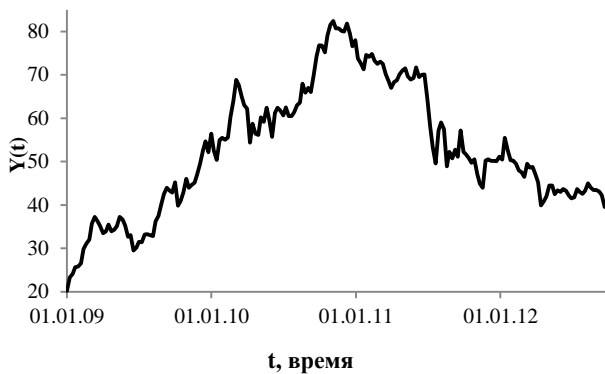


Рис. 6. График реального изменения цен акций ПАО «Аэрофлот – российские авиалинии»

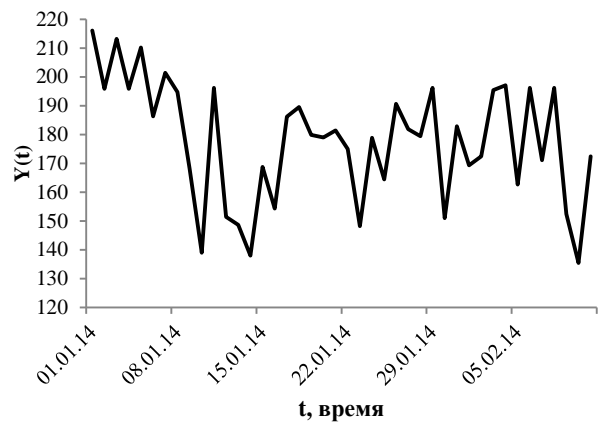


Рис. 8. График реального изменения фьючерса RTSO

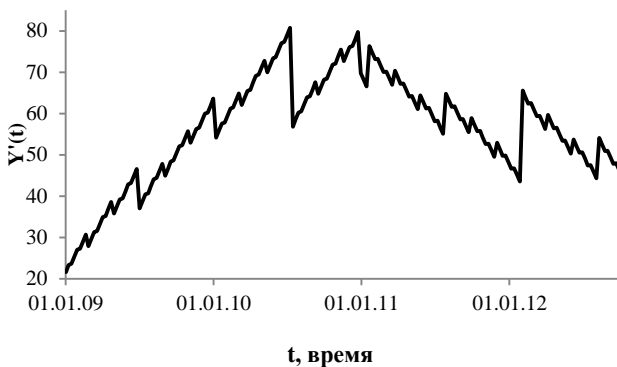


Рис. 7. Аппроксимация паттерна «Пила»  $p$ -адическим отображением

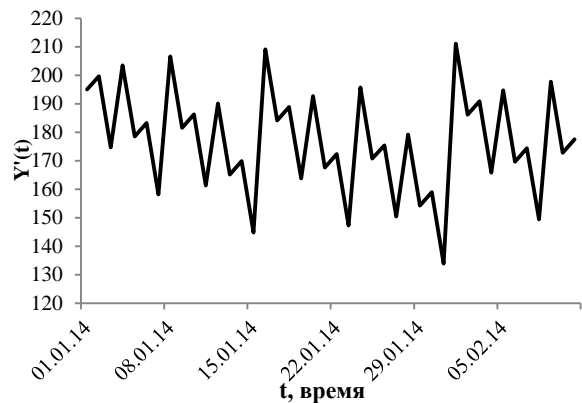


Рис. 9. Аппроксимация паттерна «Флэт»  $p$ -адическим отображением

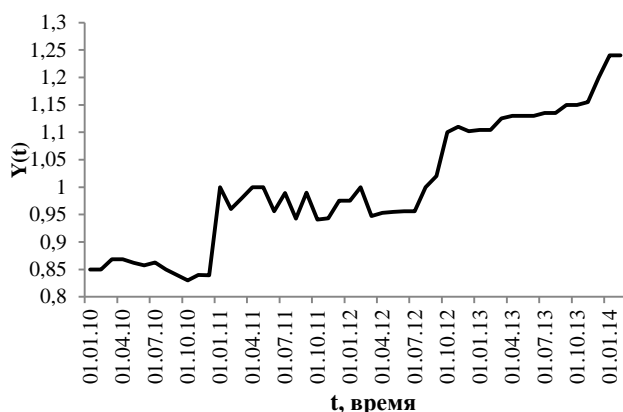


Рис. 10. График реального изменения ценной бумаги AFKS

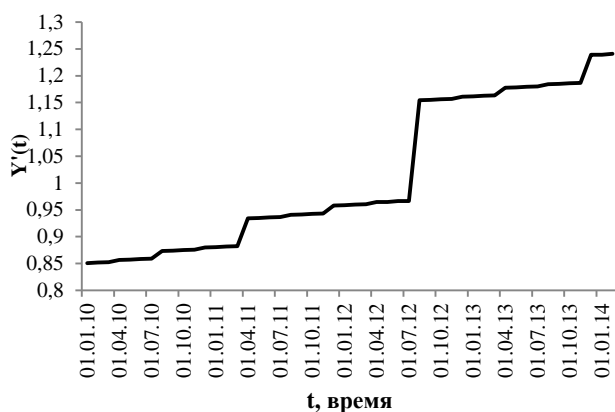


Рис. 11. Аппроксимация паттерна «Лестница» *p*-адическим отображением

Таким образом, имеющаяся методика *p*-адического моделирования сходна с методикой построения регрессионных моделей, а именно: в качестве спецификации модели используются линейные зависимости между параметрами, в качестве оценки модели находится величина погрешности модели от реального графика. Также стоит отметить, что графики моделей ценовых колебаний, полученных на основе применения методики *p*-адического моделирования, по сравнению с исходными графиками выглядят правдоподобно.

***p*-адическая аппроксимация динамики индекса РТС по таймфреймам**

Принято считать, что величина доходности индексов фондовых бирж, курсов акций/облигаций, котировок валют масштабно-инвариантна [4] и описывается уравнением [1, с. 135]  $R(\Delta t) = \ln Y(t) - \ln Y(t - \Delta t)$ , где  $Y$  – значение курсов активов.

В рамках данной работы авторами исследуется величина доходности индекса РТС (табл. 2), причем интервал времени ( $\Delta t$ ), за которое происходит изменение индекса, выбирается равным месяцу, неделе, дню и часу. Независимо от того, с какой частотой совершаются колебания индекса РТС, все четыре модели состоят из 80 точек, а их прогнозы строятся для 13 точек.

Таблица 2

**Исходные данные для построения моделей индекса РТС**

Показатель	Индекс РТС (по месяцам)	Индекс РТС (по неделям)	Индекс РТС (по дням)	Индекс РТС (по часам)
Период моделирования	Янв. 2009 – Авг. 2015	15.12.2014 – 20.06.2016	11.05.2016 – 29.07.2016	04.08.2016 (10:00) – 16.08.2016 (17:00)
Период прогнозирования	Сент. 2015 – Сент. 2016	27.06.2016 – 19.09.2016	30.07.2016 – 11.08.2016	16.08.2016 (18:00) – 18.08.2016 (12:00)
Таймфрейм	Месяц	Неделя	День	Час
Количество моделируемых точек	80			
Количество прогнозных точек	13			

Для моделирования изменения величины доходности с использованием *p*-адики определяется значение *p*-адического числа. График доходности представляет собой аппроксимацию паттерна «Флэт», для которого характерны модели с  $p = 2$  [9]. Поэтому в моделях колебания индекса РТС в качестве фактора выбрано *p*-адическое число, равное двум.

Параметры уравнений (2) и (3) находятся в результате решения задачи условной оптимизации. Минимальным значением погрешности (15, 12) обладает модель индекса РТС, представленная по месяцам. При этом на незначительно большее значение откло-

няется модель по дням (значение погрешности равно 22,61).

Для определения корректности модели по полученным уравнениям строятся *p*-адические прогнозы, которые условно можно разделить на следующие типы:

1) оптимистичный сценарий, когда угол наклона импульсных волн круче, чем у корректирующих. Сценарий представляет собой восходящий («бычий») тренд;

2) пессимистичный сценарий, когда угол наклона корректирующих волн круче, чем у импульсных. Сценарий представляет собой нисходящий («медвежий») тренд;

3) усредненный сценарий, когда прогноз отражает общую (усредненную) тенденцию развития модели на основе исходного количества данных;

4) сценарий продолжающегося развития показывает возможные колебания будущих значений при условии, что динамика последних известных точек не изменится.

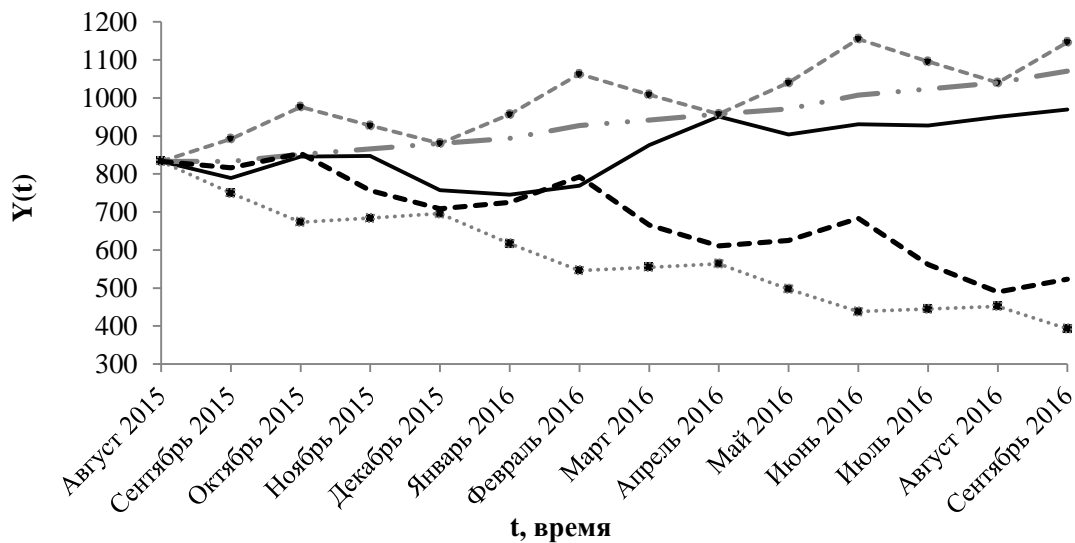
Для имеющихся четырех моделей на рис. 12–15 построены соответствующие прогнозы.

На основе оценки погрешности построенной модели и минимальной оценки погрешности одного из типов прогнозов можно определить оптимальный торговый период для  $p$ -адических исследований. В результате таковым явился таймфрейм, равный дням (табл. 3).

Таблица 3

**Оценка погрешности модели и прогнозов для индексов РТС по таймфреймам**

Показатель	Индекс РТС (по месяцам)	Индекс РТС (по неделям)	Индекс РТС (по дням)	Индекс РТС (по часам)
Погрешность модели	15,12	81,31	22,61	988,67
Погрешность оптимистичного прогноза	1877,32	1092,82	882,60	532,44
Погрешность пессимистичного прогноза	3954,77	4448,54	934,03	585,58
Погрешность усредненного прогноза	1002,25	1026,50	318,25	464,02
Погрешность прогноза продолжающегося развития	2569,66	275,67	310,79	387,25
Минимальная погрешность одного из прогнозов	1002,25	275,67	310,79	387,25



Здесь и далее на рис. 12–15:

- Исходные данные
- Р-адический оптимистичный прогноз
- Р-адический пессимистичный прогноз
- Р-адический усредненный прогноз
- - - - Р-адический прогноз продолжающегося развития

Рис. 12. Графики фактических данных и прогнозов значения индекса РТС по месяцам

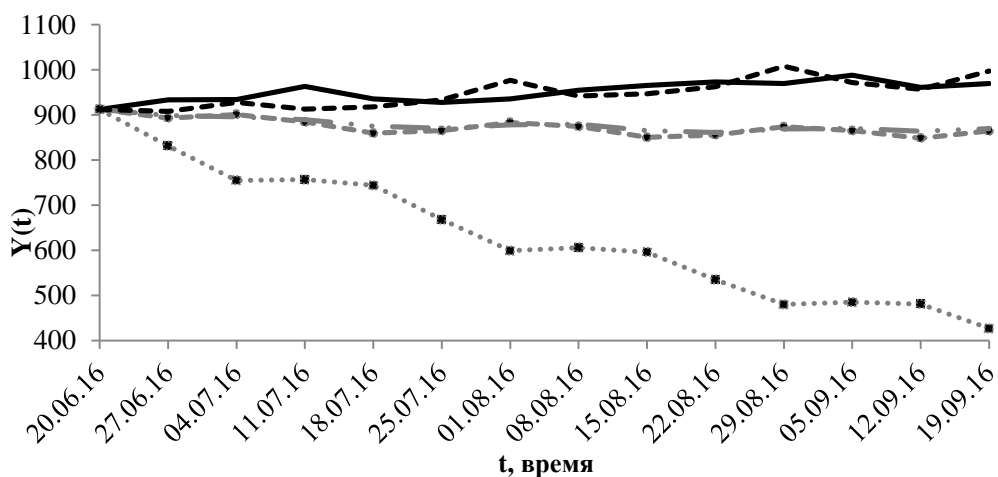


Рис. 13. Графики фактических данных и прогнозов значения индекса РТС по неделям

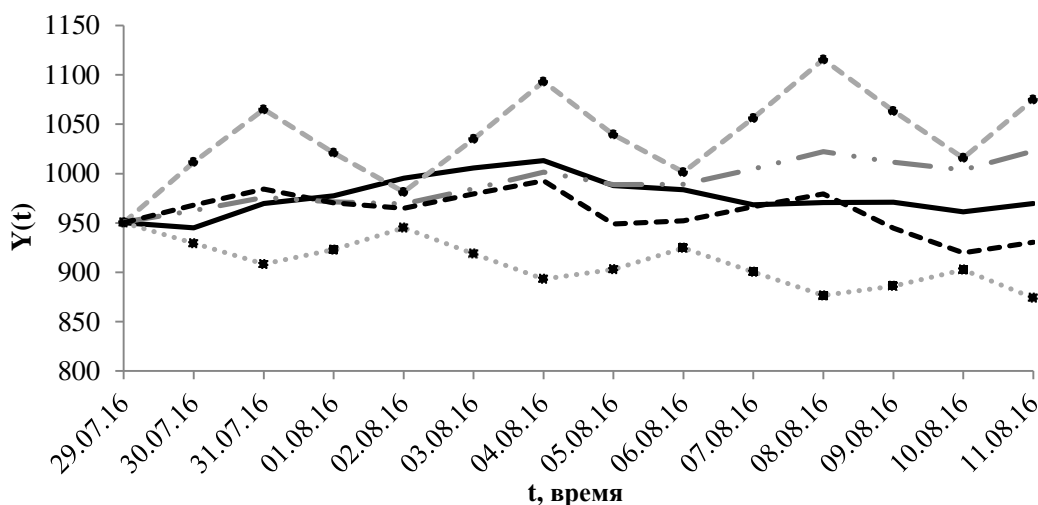


Рис. 14. Графики фактических данных и прогнозов значения индекса РТС по дням

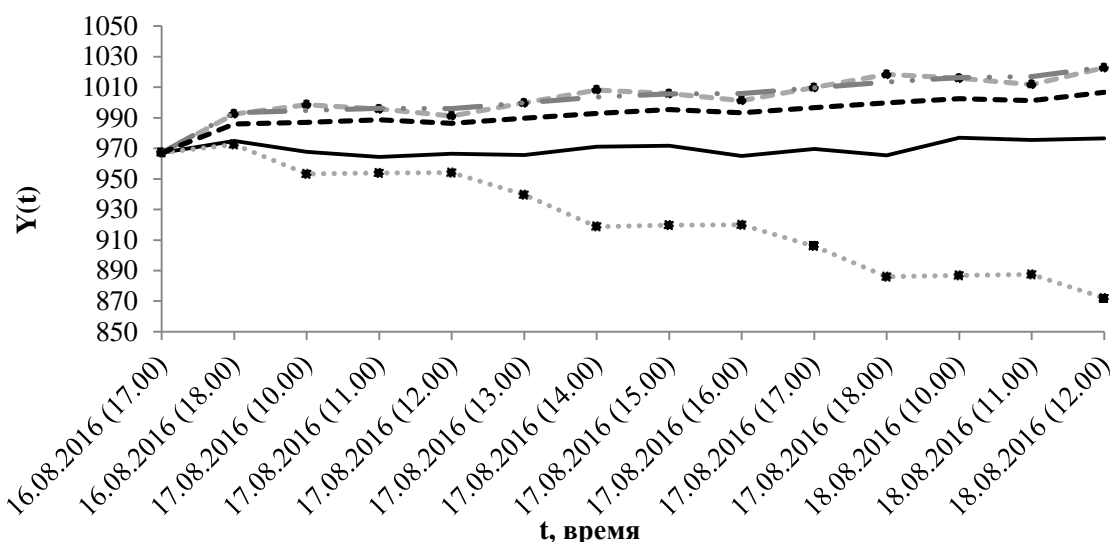


Рис. 15. Графики фактических данных и прогнозов значения индекса РТС по часам

В итоге прогноз колебаний индекса РТС в большинстве случаев (в трех из четырех моделей) наиболее сильно коррелирует со сценарием продолжающегося развития. А пессимистичный сценарий показывает худшие результаты прогнозов.

#### **Заключение**

На основании изученных моделей определим преимущества *p*-адического моделирования. К ним относятся:

1. Упрощенная процедура включения факторов в модель. В качестве факторов



$p$ -адической модели выступают  $p$ -адические числа, которые не проверяются на мультиколлинеарность, гетероскедастичность и автокорреляцию в остатках.

2. В интервал  $p$ -адических спрогнозированных значений попадают фактические значения прогноза. Определено, что сценарий продолжающегося развития наиболее точно отражает характер и тенденцию изменений курсов активов.

3. Относительно высокая точность при малом количестве аппроксимирующих точек для небольшого числа значений исходных данных.

К недостаткам относятся следующие пункты:

1. Трудоемкий и сложный процесс моделирования паттернов.

2. Прогноз может быть составлен только на краткосрочный период.

Следовательно,  $p$ -адическое моделирование позволяет наглядно демонстрировать флуктуации, используя аппроксимацию волновых паттернов  $p$ -адических отображений. В свою очередь,  $p$ -адическое прогнозирование предоставляет интервал будущих значений и несколько вариантов развития модели.

### Список литературы

1. Букулов А.Х., Зубарев А.П., Кайдалова Л.В. Иерархическая динамическая модель финансового рынка вблизи точки обвала и  $p$ -адический математический анализ // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Физ.-мат. науки. 2006. № 42. С. 135–140.

2. Владимиров В.С., Волович И.В., Зеленов Е.И.  $P$ -адический анализ и математическая физика. М.: Физматлит, 1994. 352 с.

3. Волович И.В., Козырев С.В.  $P$ -адическая математическая физика: основные конструкции, применения к сложным и наноскопическим системам. Самара: СГУ, 2008. 30 с.

4. Дубовиков М.М. Эконофизика. Обзор основных направлений // Журнал Новой экономической ассоциации. Первый Всероссийский конгресс по эконофизике «Эконофизика, финансовые рынки, экономический рост». 3–4 июня 2009 г. М., 2009. С. 260–265.

5. Жарков В.М. Адельная теория фондового рынка // Вестник Пермского университета. Сер.: Информационные системы и технологии. 2003. Вып. 6. С. 75–81.

6. Жарков В.М. Моделирование сложных систем с обменом информации физи-

ческими методами // Вестник Пермского университета. Сер.: Информационные системы и технологии. 2001. Вып. 5. С. 126–130.

7. Жарков В.М. Численное моделирование магнетиков в адельном представлении // Вестник Пермского университета. Сер. Информационные системы и технологии. 2001. Вып. 5. С. 131–136.

8. Жарков В.М., Павлова Н.Н.  $P$ -адическая аппроксимация ценовых рядов // Вестник Пермского университета. Сер.: Информационные системы и технологии. 2009. Вып. 9(35). С. 25–29.

9. Жарков В.М.  $P$ -адическая теория фондового рынка // VI Всероссийская научная конференция «Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и биотехнологий», ЭКОМОД-2010, посвящ. памяти акад. РАН А.А. Петрова. г. Киров, 27 июня – 3 июля 2011 г.: сб. трудов. Киров: Изд-во ВятГУ, 2011. С. 165–172.

10. Коблиц Н.  $P$ -адические числа,  $p$ -адический анализ и дзета-функции / пер. с англ. В.В. Шокурова; под ред. и с предисл. Ю.И. Манина. М.: Мир, 1981. 192 с.

11. Куперин Ю.А. Эконофизика и теория сложных систем. URL: [http://www.mirkin.ru/index.php?option=com\\_content&view=category&layout=blog&id=61&Itemid=122](http://www.mirkin.ru/index.php?option=com_content&view=category&layout=blog&id=61&Itemid=122) (дата обращения: 26.09.2016).

12. Мантенья Р.Н., Стенли Г.Ю. Введение в эконофизику: Корреляция и сложность в финансах / пер. с англ.; под ред. В.Я. Габескирия. Изд. стереотип. М.: ЛИБРОКОМ, 2014. 192 с.

13. Романовский М.Ю., Романовский Ю.М. Введение в эконофизику: статистические и динамические модели. Изд. 2-е, испр. и доп. М. – Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2012. 340 с.

14. Симонов П.М., Филимонова С.А.  $P$ -адическая аппроксимация изменения цен // Экономика и управление: актуальные проблемы и поиск путей решения: материалы регион. конф. молодых ученых и студентов (Пермь, Перм. гос. ун-т, 22 апр. 2015 г.) / отв. ред. А.М. Ощепков; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. Пермь, 2015. С. 82–87.

15. Симонов П.М., Филимонова С.А. Моделирование динамики индекса РТС на основе  $p$ -адической аппроксимации // IX Всероссий. науч. конф. «Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и технологий», ЭКОМОД-2016, г. Киров, 4–9 июля 2016: сб. материалов конф. / под ред. И.Г. Поспелова и А.В. Шатрова. Киров: Изд-во ВятГУ, 2016. С. 122–132.

16. Симонов П.М., Филимонова С.А. К вопросу о моделировании динамики индекса РТС на основе *p*-адической аппроксимации // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий: сб. тр. IX междунар. конф. «ПМТУКТ-2016» / под ред. И.Л. Батаронова, А.П. Жабко, В.В. Провоторова; Воронеж. гос. техн. ун-т, Моск. гос. ун-т, С.-Петербург. гос. ун-т, Воронеж. гос. ун-т, Перм. гос. нац. исслед. ун-т, Перм. нац. исслед. политех. ун-т. Воронеж: Научная книга, 2016. С. 315–319.

17. Albeverio S., Khrennikov A.Y. and Shelkovich V.M. Theory of *p*-adic distributions: linear and nonlinear models. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. 351 p.

18. Baker A. An introduction to *p*-adic numbers and *p*-adic analysis. URL: <http://www.maths.gla.ac.uk/~ajb/dvi-ps/padicnotes.pdf> (дата обращения: 26.09.2016).

19. Dragović B., Joksimović D. On possible uses of *p*-adic analysis in econometrics // Megatrend Review. 2007. Vol. 4(2). P. 5–16.

20. Rozikov U.A. What are the *p*-adic numbers? What are they used for? // Asia Pacific Mathematics Newsletter. 2013. Vol. 3, № 4. P. 1–5.

21. Sorenson J. Exploring *p*-adic numbers and dirichlet characters. Rochester: University of Rochester, Professor John Harper, MTH 391W, Spring 2009. 17 p.

22. Virtual Laboratories in Probability and Statistics. The Levy Distribution. URL: <http://www.math.uah.edu/stat/special/Levy.html> (дата обращения: 26.09.2016).

23. Zarkov V. Adelic theory of stock market. Market Risk and Financial Markets Modeling. Berlin, Heidelberg e.a.: Springer-Verlag, 2012. P. 255–267. doi: 10.1007/978-3-642-27931-7\_23.

Получено: 01.10.2016.

### References

1. Bikulov A.H., Zubarev A.P., Kaidalova L.V. Ierarhicheskaia dinamicheskaia model' finansovogo rynka v blizi tochki obvala i *p*-адические математический анализ [Hierarchical dynamic model of the financial market near a point of a collapse and the *p*-adic mathematical analysis]. *Vestnik Samarskogo Goudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta. Seriya «Fiziko-matematicheskie nauki», SamGTU* [Samara State Technical University Herald. Series of the Physical and mathematical sciences, SamSTU]. Samara, 2006, no. 42, pp. 135–140. (In Russian).

2. Vladimirov V.S., Volovich I.V., Zelenov E.I. *P*-адический анализ и математическая физика [*P*-adic analysis and mathematical physics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 1994. 352 p. (In Russian).

3. Volovich I.V., Kozirev S.V. *P*-адическая математическая физика: основные конструкции, применения к сложным и наноскопическим системам [*P*-adic mathematical physics: the main designs, applications to difficult and nanoscopic systems]. Samara, SGU Publ., 2008. 30 p. (In Russian).

4. Dubovikov M.M., Ekonofizika. Obzor osnovnykh napravlenii [Econophysics. Review of the main directions]. *Zhurnal Novoi ekonomicheskoi assotsiatsii. Pervyi Vserossiiskii kongress po ekonofizike «Ekonomika, finansovye rynki, ekonomicheskii rost» 3–4 iunია 2009 g.* [Journal of New economic association. The first All-Russian congress on econophysics «Econophysics, the financial markets, economic growth» on June 3–4, 2009]. Moscow, 2009, pp. 260–265. (In Russian).

5. Zharkov V.M. Adel'naia teoriia fondovogo rynka [Adele theory of the stock market]. *Vestnik Permskogo universiteta. Seriya «Informatsionnye sistemy i tekhnologii»* [Perm University Herald. Information systems and technologies], 2003, no. 6, pp. 75–81. (In Russian).

6. Zharkov V.M. Modelirovanie slozhnykh system s obmenom informatsii fizicheskimi metodami [Modeling of difficult systems with exchange of information of physical methods]. *Vestnik Permskogo universiteta. Seriya «Informatsionnye sistemy i tekhnologii»* [Perm University Herald. Information systems and technologies], 2001, no. 5, pp. 126–130. (In Russian).

7. Zharkov V.M. Chislennoe modelirovanie magnetikov v adel'nom predstavlenii [Numerical modeling of magnetics in ideal representation]. *Vestnik Permskogo universiteta. Seriya «Informatsionnye sistemy i tekhnologii»* [Perm University Herald. Information systems and technologies], 2001, no. 5, pp. 131–136. (In Russian).

8. Zharkov V.M., Pavlova N.N. *P*-адическая аппроксимация теновых рядов [*P*-adic approximation of the price ranks]. *Vestnik Permskogo universiteta. Seriya «Informatsionnye sistemy i tekhnologii»* [Perm University Herald. Information systems and technologies], 2009, no. 9(35), pp. 25–29. (In Russian).

9. Zharkov V.M. *P*-адическая теория фондового рынка [*P*-adic theory of the stock market]. *VI Vserossiiskaia nauchnaia konferentsiia «Matematicheskoe modelirovanie razviva-iushcheisia ekonomiki, ekologii i biotekhnologii», EKOMOD-2010, posviashchennaia pamiati akademika RAN A.A. Petrova. Kirov, 27 iunია – 3 iulია*

2011. *Sbornik trudov* [The VI All-Russian scientific conference "Mathematical Modeling of the Developing Economy, Ecology and Biotechnologies", EKOMOD-2010 devoted to memory of the academician of RAS A.A. Petrov. Kirov, on June 27 – on July 3, 2011. The Collection of works]. Kirov, Izd-vo VyatGU Publ., 2011, pp. 165–172. (In Russian).

10. Koblits N. *P-adicheskie chisla, p-adicheskiy analiz i dzheta-funksii*. Per. s angl. V.V. Shokurova. Pod red. i s predisloviem Iu.I. Manina [*P*-adic numbers, *p*-adic analysis and zeta-functions. The translation from English V.V. Shokurov. Under the editorship of and with preface Yu.I. Manin]. Moscow, Mir Publ., 1981. 192 p. (In Russian).

11. Kuperin Iu.A. *Ekonofizika i teoriia slozhnykh sistem* [Econophysics and theory of difficult systems]. (In Russian) Available at: [http://www.mirkin.ru/index.php?option=com\\_content&view=category&layout=blog&id=61&Itemid=122](http://www.mirkin.ru/index.php?option=com_content&view=category&layout=blog&id=61&Itemid=122) (accessed 26.09.2016).

12. Manten'ia R.N., Stenli G.Iu. *Vvedenie v ekonofiziku: Korrelyatsiia i slozhnost' v finansakh*. Per. s angl. Pod. red. V.Ia. Gabeskiriia [Introduction to econophysics: Correlation and complexity in finance. The translation with English. Under the editorship of V.Ya. Gabeskiriya]. Moscow, Izd. Stereotip, Knizhnyi dom "LIBROKOM" Publ., 2014. 192 p. (In Russian).

13. Romanovskii M.Iu., Romanovskii Iu.M. *Vvedenie v ekonofiziku: statisticheskie dinamicheskie modeli*. Izd. 2-e, ispr. i dop. [Introduction to econophysics: statistical and dynamic models. Publ. the 2nd, corrected and added]. Moscow, Izhevsk, Institute of computer researches Publ., 2012. 340 p. (In Russian).

14. Simonov P.M., Filimonova S.A. *P-adicheskaia approksimatsiia izmeneniia tsen [P*-adic approximation of the price's change]. *Ekonomika i upravlenie: aktual'nye problemy i poisk putei resheniia: materialy region. molodykh uchenykh i studentov (Perm', Perm. Gos. Un-t., 22 apr. 2015 g.)* [Economy and management: actual problems and search the solutions: materials of regional young scientists and students. (Perm, Perm state university, 22 Apr. 2015)]. Otv. red. A.M. Osshepkov [Editor-in-chief A.M. Oshchepkov]. Perm, Perm State University Publ., 2015, pp. 82–87. (In Russian).

15. Simonov P.M., Filimonova S.A. *Modelirovanie dinamiki indeksa RTS na osnove p-adicheskoj approksimatsii* [Modeling of the RTS Index dynamics on the basis of *p*-adic approximation]. *IX Vserossiiskaia nauchnaia konferentsiia "Matematicheskoe modelirovanie razvivaiushcheisia ekonomiki, ekologii i tehnologii", EKOMOD-2016* [digital resource]. g. Kirov, 4–9

iiulia 2016. *Sbornik materialov konferentsii* [IX All-Russian scientific conference «Mathematical Modeling of the Developing Economy, Ecology and Technologies», EKOMOD-2016 [Electronic resource]. Kirov, on July 4–9, 2016. The Collection of conference's materials]. Pod red. I.G. Pospelova i A.V. Shatrova [Under the editorship of I.G. Pospelov and A.V. Shatrov]. Kirov, Izd-voVyatGU Publ., 2016, pp. 122–132. (In Russian).

16. Simonov P.M., Filimonova S.A. *K voprosu o modelirovanii dinamiki indeksa RTS na osnove p-adicheskoj approksimatsii* [To a question of modeling of the RTS Index dynamics on the basis of *p*-adic approximation]. *Sovremennye metody prikladnoi matematiki, teorii upravleniia i komp'iuternykh tekhnologii: sb. tr. IX mezhdunar. konf. «PMTUKT-2016»* [The modern methods of applied mathematics, control theory and computer technologies: collection of works the IX international conference «PMTUKT-2016»]. Pod red. I.L. Bataronova, A.P. Zhabko, V.V. Provotorova [Under the editorship of I.L. Bataronov, A.P. Zhabko, V.V. Provotorov]. Voronezh. Gos. Tehn. Un-t., Mosk. Gos. Un-t., S-Petersburg. Gos. Un-t., Voronezh. Gos. Un-t., Permsk. Gos. Nats. Issled. Un-t, Permsk. Nats. Issled. Politekh. Un-t. Voronezh, Izd-vo «Nauchnaia kniga» Publ., 2016, pp. 315–319. (In Russian).

17. Albeverio S., Khrennikov A.Y., Shelkovich V.M. *Theory of p-adic distributions: linear and nonlinear models*. Cambridge, Cambridge University Press, 2010. 351 p.

18. Baker A. *An introduction to p-adic numbers and p-adic analysis*. Available at: <http://www.maths.gla.ac.uk/~ajb/dvi-ps/padicnotes.pdf> (accessed 26.09.2016).

19. Dragović B., Joksimović D. On possible uses of *p*-adic analysis in econometrics. *Mega-trend Review*, 2007, vol. 4(2), pp. 5–16.

20. Rozikov U.A. What are the *p*-adic numbers? What are they used for? *Asia Pacific Mathematics Newsletter*, 2013, vol. 3, no. 4, pp. 1–5.

21. Sorenson J. *Exploring p-adic numbers and dirichlet characters*. Rochester, University of Rochester Publ., Professor John Harper, MTH 391W, Spring 2009. 17 p.

22. *Virtual Laboratories in Probability and Statistics. The Levy Distribution*. Available at: <http://www.math.uah.edu/stat/special/Levy.html> (accessed 26.09.2016).

23. Zarkov V. *Adelic theory of stock market. Market Risk and Financial Markets Modeling*. Berlin, Heidelberg e.a. Springer-Verlag Publ., 2012, pp. 255–267. doi: 10.1007/978-3-642-27931-7\_23.

*The date of the manuscript receipt: 01.10.2016.*

***P-ADIC MODELING OF THE RTS INDEX DYNAMICS DEPENDING ON TIMEFRAMES***

*Peter M. Simonov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor*

E-mail: [simpm@mail.ru](mailto:simpm@mail.ru)

**Perm State University;**

**15, Bukireva st., Perm, 614990, Russian Federation**

*Sofya A. Filimonova, Master Student*

E-mail: [sofya\\_filimonova@mail.ru](mailto:sofya_filimonova@mail.ru)

**Perm State University;**

**15, Bukireva st., Perm, 614990, Russian Federation**

Similarity of physical and economic processes provides us with the opportunity to study price fluctuations in financial markets with the help of methods of econophysics. These both kinds of processes are chaotic, determined in time, but cannot be predicted on its basis. The  $p$ -adic analysis, one of econophysics methods, is chosen as the approach for consideration of price changes. The research purpose is application of methods of  $p$ -adic modeling and forecasting for price fluctuations, the research subject is the RTS Index dynamics. The article provides mathematical description of the  $p$ -adic analysis, which is considered to be determination of  $p$ -adic numbers and their representation in  $Q_p$  space. This is complete metric (generated by a  $p$ -adic non-Archimedean norm) space, which allows us to apply  $p$ -adic numbers to modeling stochastic phenomena. Models of the main elementary figures of price dynamics in financial markets, such as a linear function, step function and R.N. Elliott's wave model, are constructed. In the history of financial markets, examples which are characteristic of  $p$ -adic mapping are found. An attempt to create a method of  $p$ -adic modeling and forecasting is made. According to this method, analysis of the RTS Index dynamics is performed. For the RTS Index dynamics, four models are constructed: depending on months, weeks, days and hours. The main types of the  $p$ -adic forecasts are revealed, those being optimistic, pessimistic, average and the forecast of the continuing development. Conclusions are drawn about accuracy of both  $p$ -adic models depending on timeframes and their forecasts depending on the revealed types. Benefits and faults of the  $p$ -adic analysis are found. The research results can be used for further studying of wave patterns with the use of  $p$ -adic mapping, the patterns being applied not only to price fluctuations but also to other economic processes. Moreover,  $p$ -adic models can serve as a tool of the technical analysis.

*Keywords: p-adic approximation, RTS Index, error of the p-adic forecast, econophysics, p-adic analysis, wave patterns of fractals, financial markets.*

**Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:**

*Симонов П.М., Филимонова С.А. P-адическое моделирование динамики индекса РТС в зависимости от таймфреймов // Вестник Пермского университета. Сер. «Экономика» = Perm University Herald. Economy. 2016. № 4(31). С. 74–85. doi: 10.17072/1994-9960-2016-4-74-85*

**Please cite this article in English as:**

*Simonov P.M., Filimonova S.A. P-adic modeling of the RTS index dynamics depending on the timeframes // Vestnik Permskogo universiteta. Seria Ekonomika = Perm University Herald. Economy. 2016. № 4(31). P. 74–85. doi: 10.17072/1994-9960-2016-4-74-85*