

Вестник Пермского университета. Серия «Экономика». 2025. Т. 20, № 2. С. 119–130.
Perm University Herald. Economy, 2025, vol. 20, no. 2, pp. 119–130.

 УДК 338.2, ББК 65.05, JEL Code C23, G23
DOI [10.17072/1994-9960-2025-2-119-130](https://doi.org/10.17072/1994-9960-2025-2-119-130)
EDN [MGWQNI](https://www.edn.ru/10.17072/1994-9960-2025-2-119-130)

К статистическому моделированию случайного распределения средств при различных условиях

Виктор Николаевич Ассаул ^{a)}

РИНЦ Author ID: [31093](https://elibrary.ru/31093), [✉ vicvic21@yandex.ru](mailto:vicvic21@yandex.ru)

Александр Викторович Головин ^{b)}

РИНЦ Author ID: [41628](https://elibrary.ru/41628), Researcher ID: [M-6118-2013](https://orcid.org/0000-0001-6118-2013), Scopus Author ID: [56962741400](https://orcid.org/0000-0001-5696-2741)

Игорь Евгеньевич Погодин ^{c)}

РИНЦ Author ID: [20075](https://elibrary.ru/20075)

^{a)} Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

^{b)} Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

^{c)} Военно-морской политехнический институт Военного учебно-научного центра Военно-морского флота
«Военно-морская академия имени Адмирала Флота Советского Союза Н. Г. Кузнецова», Санкт-Петербург,
Петродворец, Россия

Аннотация

Введение. В работе моделируется ряд реальных финансово-экономических процессов в их предельной форме полной бесконтрольности (случайности) при определенной степени идеализации (предположение о равенстве начальных капиталов, линейный по независимым факторам характер взаимодействий, произвольный выбор рабочих коэффициентов и т. д.). **Цель** заключается в исследовании случайного распределения средств в статистическом ансамбле участников, включающего дотационный и донорский режимы, когда увеличивается или уменьшается суммарный капитал (условия режима задаются двумя параметрами независимого изменения капитала). **Результаты.** Проведены расчеты динамики относительного распределения капитала по пяти группам относительного благосостояния. Модели с коммерческим условием подразумевают передачу при случайной встрече двух участников (при внутреннем взаимодействии) определенной части капитала от меньшего к большему, а с уравнительным условием, наоборот, от большего к меньшему. Обнаружено, что во всех режимах сначала в системе возможен кратковременный рост группы с большими капиталами, который затем (за исключением уравнительных условий) сменяется доминированием группы с самым малым капиталом. Получено, что 1) при отсутствии перемешиваний происходит очень плавный переход к доминированию группы самых бедных, медленнее – в донорском режиме, быстрее – в дотационном, 2) в коммерческих условиях в обоих режимах при перемешивании после взаимодействия с внешней средой всего коллектива или его частей происходит плавный переход к доминированию группы самых бедных; 3) в уравнительных условиях происходит резкий переход к доминированию средней группы. Если внутренние взаимодействия происходят с членами группы, которые еще не взаимодействовали с внешней средой, то как в коммерческих, так и в уравнительных (несколько сильнее) условиях происходит плавный переход к доминированию группы самых бедных, медленнее – в донорском режиме, быстрее – в дотационном. **Выводы.** Результаты данной работы на уровне начального приближения могут быть применены для интерпретации некоторых экономических элементов отечественной истории.

Ключевые слова

Дотационный и донорский режимы, коммерческие и уравнительные условия, взаимодействие с внешней средой, перемешивание

Для цитирования

Ассаул В. Н., Головин А. В., Погодин И. Е.
К статистическому моделированию случайного распределения средств при различных условиях // Вестник Пермского университета. Серия «Экономика». 2025. Т. 20, № 2. С. 119–130. DOI [10.17072/1994-9960-2025-2-119-130](https://doi.org/10.17072/1994-9960-2025-2-119-130). EDN [MGWQNI](https://www.edn.ru/10.17072/1994-9960-2025-2-119-130).

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила: 05.12.2024

Принята к печати: 03.02.2025

Опубликована: 30.06.2025



© Ассаул В. Н., Головин А. В.,
Погодин И. Е., 2025

On statistical modeling of random distribution of funds against various conditions

Victor N. Assaul ^{a)}

RISC Author ID: [31093](#), ✉ vicvic21@yandex.ru

Alexander V. Golovin ^{b)}

RISC Author ID: [41628](#), Researcher ID: [M-6118-2013](#), Scopus Author ID: [56962741400](#)

Igor E. Pogodin ^{c)}

RISC Author ID: [20075](#)

^{a)} Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg, Russia

^{b)} Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

^{c)} Naval Polytechnic Institute of the Military Education and Scientific Centre of the Navy “The Naval Academy named after Admiral of the Fleet of the Soviet Union N. G. Kuznetsov”, Saint Petersburg, Peterhof, Russia

Abstract

Introduction. The survey simulates a number of real financial and economic processes in their extreme manifestation of no control (randomness) with some idealization (provided initial capitals are equal, interactions are linear by their multiplicative nature, working coefficients are arbitrary chosen, etc.).

Purpose. The research aims at investigating random distribution of funds within a statistical ensemble of participants with subsidized and donor regimes, when the total capital increases or decreases (the regimes are defined by two parameters of the multiplicative change in the capital). **Results.** Dynamics of relative distribution of capital by five groups of relative well-being is calculated. When two participants randomly meet, commercially determined models imply the transfer of a certain part of the capital from a participant with a smaller capital to a participant with a larger capital (provided the participants interact). When conditions are equal, a certain part of the capital is transferred from a participant with a large capital to a participant with a smaller capital. All regimes are found to show an initial short-term growth of the group with large capitals in the system, which is then (except for equal conditions) dominated by the group with the smallest capitals. The results illustrate that 1) if no mixing occurs, one could observe a very smooth transition to the dominance of the poorest group; this transition is slower in the donor regime and faster in the subsidized regime; 2) once the ensemble or its part interact with the environment and mix in commercial conditions in both regimes, one could observe a smooth transition to the dominance of the poorest group; 3) equal conditions give an abrupt transition to the dominance of the group with a middle-sized capital. If the ensemble's members which have not yet interacted with the environment interact with others within a group, then both commercial and equal (somewhat stronger) conditions give a smooth transition to the dominance of the poorest group. This transition is slower in the donor regime and faster in the subsidized regime. **Conclusions.** At first guess, the results of this work could be used to interpret some economic elements in the national history.

Keywords

Subsidized and donor mode, commercial and equal conditions, interaction with the environment, mixing

For citation

Assaul V. N., Golovin A. V., Pogodin I. E. On statistical modeling of random distribution of funds against various conditions. *Perm University Herald. Economy*, 2025, vol. 20, no. 2, pp. 119–130. DOI [10.17072/1994-9960-2025-2-119-130](#). EDN [MGWQNI](#).

Declaration of conflict of interest: none declared.

Received: December 05, 2024

Accepted: February 03, 2025

Published: June 30, 2025



© Assaul V. N., Golovin A. V.,
Pogodin I. E., 2025

ВВЕДЕНИЕ

Работа посвящена моделированию некоторых реальных финансово-экономических процессов в их предельной форме полной бесконтрольности (случайности) при определенной степени идеализации (предположение о равенстве начальных капиталов, линейный по различным независимым факторам характер взаимодействия, произвольный выбор коэффициентов и т. д.).

Исследование случайного распределения средств в статистическом ансамбле участников опирается на работы, рассматривавшие общие подходы к моделированию экономических систем [1–3], а также на моделирование отдельных процессов, развивающихся в экономических системах. Большое внимание ряда исследователей традиционно привлекает теория эргодичности и возможность ее применения в экономических процессах [4–9]. Наряду с этим анализируются объективные и субъективные мотивации поведения экономических субъектов [10–12], возникновение экономического неравенства [5; 10; 13]. В определенной связи с данной работой состоят оптимизация и диверсификация портфеля ценных бумаг [14; 15], экономические приложения теории игр и управления рисками [16; 17], теории информации [18]. В работе предлагается модель динамических изменений в ансамбле примитивных экономических субъектов при внешнем и внутреннем взаимодействии. Внешнее взаимодействие связано с притоком и оттоком капитала (дотационный и донорский режимы соответственно).

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

I. Предполагается, что каждый из равноправных независимых участников большого статистического ансамбля численностью $N=200$

на каждом шаге длительного процесса $t = 1 \div T$ может прежде всего случайным образом взаимодействовать с некоторой внешней средой, в результате чего каждый из них может с равной вероятностью изменить имеющийся у него капитал: увеличить в r_1 раз или уменьшить в r_2 раз.

Изначально при $t = 0$ каждый участник имеет $a[i, 0] = 100$ условных денежных единиц (у. д. е.).

Случайный выбор реализован в MathCad15 [19; 20] с помощью генератора случайных чисел, равномерно распределенных на отрезке $[0; 1]$.

В данной постановке моделируется марковский процесс, реализованный аналогично методу Монте-Карло¹ (метод среднего по ансамблю).

Анализ результатов осуществлен на временных рядах для пяти категорий участников, которые условно являются очень бедными ($vr: a[i, t] < 0,4 M(t)$), бедными ($p: a[i, t], (0,4 \div 0,8) M(t)$), средними ($m: a[i, t] = (0,8 \div 1,2) M(t)$), богатыми ($r: a[i, t] = (1,2 \div 1,6) M(t)$) и очень богатыми ($vr: a[i, t] > 1,6 M(t)$), $i = 1 \div N$. Здесь величина $M(t)$ выбрана как обычное среднее арифметическое из всего диапазона величин $a[i, t]$ на текущий момент t . Разбиение на пять категорий проведено условно и может быть изменено в соответствии с любыми экономическими стандартами. При этом система может оказаться в дотационном режиме ($r_2 = 1 / r_1 + 0,2$), когда ее суммарный капитал увеличивается со временем за счет преобладания внешних заимствований, либо в донорском режиме ($r_2 = 1 / r_1 - 0,2$), когда ее суммарный капитал уменьшается за счет преобладания отчислений во внешнюю среду.

Отметим, что в настоящей работе число внешних взаимодействий $N \times T$ определяется заранее выбранным временем наблюдения T , а число внутренних взаимодействий фиксировано комбинаторными соотношениями, т. е. строго определяется числом участников N .

¹ Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов. 12-е изд. М.: Юрайт, 2024. 479 с.; Михайлов Г. А., Войтишек А. В. Численное статистическое моделирование. Метод Монте-Карло: учеб. пособие. М.: Академия, 2006. 323 с. EDN QMQLKT

Результат внешнего взаимодействия чисто случаен, в то время как при внутреннем взаимодействии он строго определен капиталами двух случайно встречающихся членов. Поэтому никто не может накопить капитал, например самостоятельно организуя встречи с носителями меньшего капитала, чтобы сделать свой капитал больше начального.

Оказалось, что нейтральный режим с сохранением суммарного капитала коллектива за T актов взаимодействия с внешней средой реализуется при $r_2 = 1 / r_1 - 0,0007$; $r_1 = 0,975$.

II. Рассмотрим обнаруженные особенности безусловного взаимодействия коллектива с внешней средой в рамках модели биномиального закона распределения числа актов взаимодействия с внешней средой типа потерь и приобретений («метод биномиального распределения», формула Бернулли) [20]. Здесь процедура усреднения сводится к нахождению математических ожиданий фактически на временной оси, на которой располагаются различные шаги взаимодействия.

Произвольный участник группы (также произвольного объема N), изначально располагающий фиксированным капиталом, условно принятым за единицу, за $t_1 \leq t$ шагов мог k_1 раз попасть в процедуру понижения капитала в $r_1 (< 1)$ раз с итоговым коэффициентом $r_1^{k_1}$ с вероятностью $w = C_{t_1}^{k_1} p_1^{k_1} (1 - p_1)^{t_1 - k_1}$, где $1 \leq t_1 \leq t$, а также при этом автоматически (единственное условие предполагает, что $1 \leq k_1 + k_2 \leq t$) мог k_2 раз попасть в процедуру повышения капитала в $r_2 (> 1)$ раз с итоговым коэффициентом $r_2^{k_2}$. Предполагается, что k_2 изменяется в пределах $[0 \div (t_1 - k_1)]$. В процессе расчета точные значения вероятностей биномиального закона w при $t_1 > 10$ и $t_1 - k_1 > 10$ заменялись на плотности соответствующих нормальных законов (малая теорема Муавра–Лапласа).

Сначала классическим путем вычислялись средневзвешенные капиталы (*mean*), накопленные за t шагов при переборе различных подмножеств $t_1 \leq t$, $M(t) = \sum_j r_1^{k_{1j}} r_2^{k_{2j}} w_j / \sum_l w_l$,

где обе суммы включают в себя все возможные случаи $0 < k_1 + k_2 \leq t$. Использование средневзвешенных значений соответствует предположению, что подмножества с различным числом t_1 изменений капитала равновероятны, т. е. величина t_1 имеет равномерное распределение в диапазоне $[1 \div t]$. Добавление случаев вообще без какого-либо изменения капитала ($t_1 = 0$) можно приблизительно учесть умножением величины $M(t)$ на несущественный множитель $t / (t + 1)$, который при $t > 1$ мало отличается от единицы.

Затем рассматривалась динамика для пяти групп благосостояния в виде сумм вероятностей попадания величины $Z = r_1^{k_1} r_2^{k_2}$ в каждый из пяти ($N = 1 \div 5$) интервалов, нормированных на их сумму.

Как и в методе среднего по ансамблю, интервалы разбиения являлись следующими: $0 \div 0,4$; $0,4 \div 0,8$; $0,8 \div 1,2$; $1,2 \div 1,6$; $> 1,6$ от текущего среднего $M(t)$ (*mean*) ($i = 1 \div 5$).

На этом этапе встал вопрос об эмпирическом определении нейтрального режима, при котором со временем не изменяется средний уровень капитала *mean* (аналог $M(t)$ в случае метода среднего по ансамблю). При первоначально казавшемся естественным для нейтрального режима предположении $r_2 = 1 / r_1$ даже в простейшей модели из трех участников обнаруживается увеличение среднего капитала в $Z_1 = (4 + r_1 + 1 / r_1) / 6 > 1$ раз и в $Z_2 = (16 + 8(r_1 + 1 / r_1) + (r_1 + 1 / r_1)^2) / 36 > 1$ раз уже на первом Z_1 и втором Z_2 шагах. Пробный расчет коэффициентов Z общего роста капитала для $r_1 = 0,975$ показывает, что $Z_1 = 1,0003$, $Z_2 = 1,0005$, $Z_3 = 1,0007$, $Z_{150} = 1,024$ (слабо дотационный режим). При выборе $r_2 = 1 / r_1 - 0,0007$ режим становится практически нейтральным, сохраняющим средний уровень капитала $M(t)$ с точностью до 0,004 % за 150 шагов.

Как показала серия расчетов, при отклонениях коэффициента r_2 от нейтрального режима в ту или иную сторону на 0,2 ($r_2 = 1 / r_1 \pm 0,2$) сначала наблюдается рост среднего в группе с наибольшим капиталом *vr*, однако в дотационном режиме этот рост начинается раньше

(при $t = 30$), а в донорском режиме – позже (при $t = 100$). Затем при времени $t = 300$ в методе среднего по ансамблю и $t = 200$ в методе биномиального распределения начинает преобладать рост в группе vp с наименьшим капиталом (рис. 1–3). В этом случае большие значения связаны с тем, что в методе среднего по ансамблю в рассмотрение включаются также переходные процессы к квазистабильным состояниям.

Кроме средневзвешенной величины капитала $mean$ (на рис. 1–3 обозначена как $meanlev$), или $M(t)$ в абсолютных единицах, строилось среднее значение номера группы $\bar{I}(t)$ по формуле

$$\bar{N}(t) = 0,2 \sum_{i=1}^5 i w(i, t),$$

где $w(i, t)$ – вероятности попаданий капиталов $r_1^{k_1} r_2^{k_2}$ в группу i . Величина $\bar{I}(t)$ (на рис. 1–3

под буквой s обозначена как $rellev$) выражена в условных единицах и является интегральной характеристикой распределения $w(i, t)$.

Динамика всех обсуждаемых параметров на малых интервалах времени t (<450 , <250) представлена на однотипных комбинированных рис. 1–3 для двух использованных методов (a, b – метод среднего по ансамблю, c, d – метод биномиального распределения) и трех режимов (дотационный – рис. 1, нейтральный – рис. 2, донорский – рис. 3).

Отметим, что при вероятностях $p_1 = p_2 = 0,5$ с ростом t такая интегральная характеристика распределения капитала, как средний номер группы $\bar{I}(t)$ ($rellev$ на рис. 1, $d - 3, d$) начинает медленно монотонно убывать во всех режимах, кроме нейтрального. Это указывает на смещение распределений со временем в сторону малых капиталов.

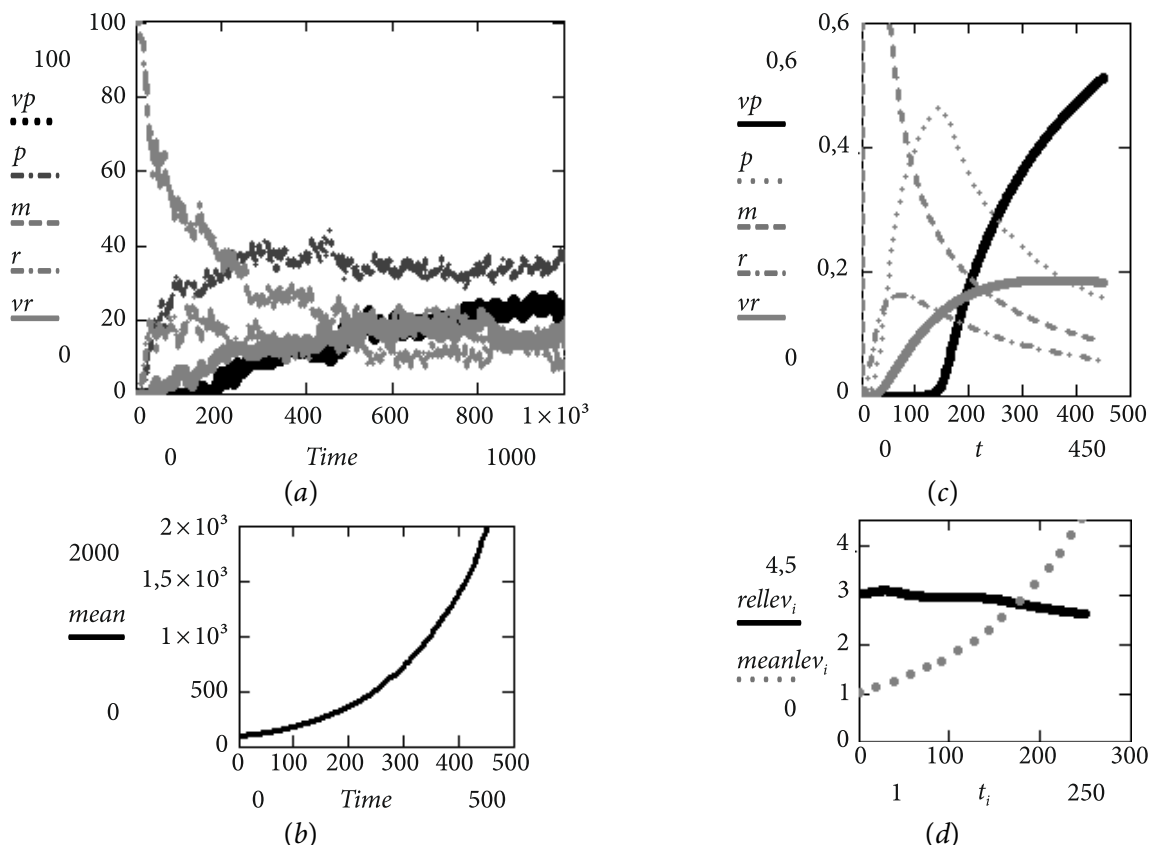


Рис. 1. Динамика усредненных капиталов по группам (a) и общего среднего по ансамблю (b), математических ожиданий по группам в биномиальной модели (c) и их усредненных характеристик (d) при $r_1 = 0,975$, $r_2 = 1 / r_1 + 0,02 = 1,046$ (дотационный режим)

Fig. 1. Dynamics of the average capitals by groups (a) and the overall average for the ensemble (b), as well as mathematical expectations by groups in the binomial model (c) and their average characteristics (d) at $r_1 = 0,975$, $r_2 = 1 / r_1 + 0.02 = 1.046$ (subsidized regime)

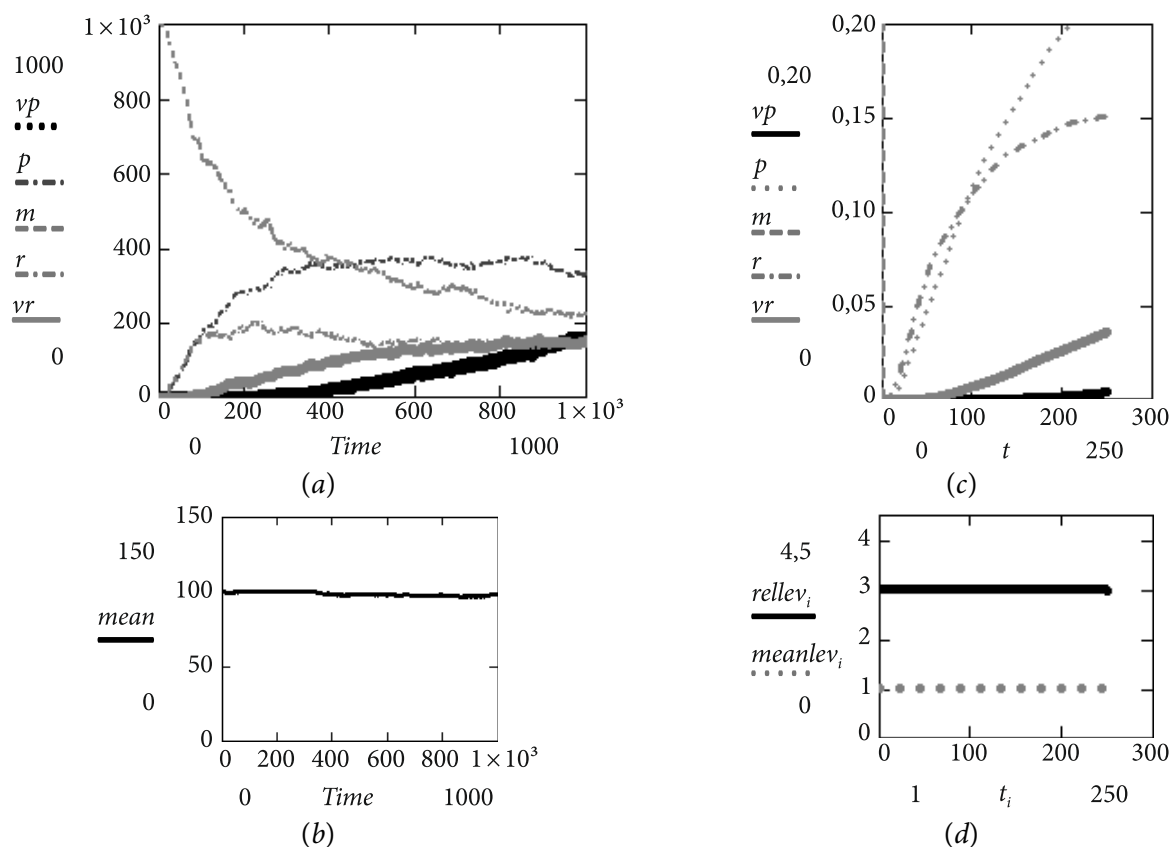


Рис. 2. Динамика усредненных капиталов по группам (a) и общего среднего по ансамблю (b), математических ожиданий по группам в биномиальной модели (c) и их усредненных характеристик (d) при $r_1 = 0,975$, $r_2 = 1 / r_1 - 0,0007 = 1,0247$ (нейтральный режим)

Fig. 2. Dynamics of the average capitals for groups (a) and the overall average for the ensemble (b), as well as mathematical expectations for groups in the binomial model (c) and their average characteristics (d) at $r_1 = 0.975$, $r_2 = 1 / r_1 - 0.0007 = 1.0247$ (neutral regime)

Итак, оба рассмотренных метода моделирования показывают, что при переходе от дотационного режима к донорскому:

1) сначала происходит кратковременный рост группы больших капиталов, который затем повсеместно сменяется доминированием группы самых малых капиталов, приводя в дотационном и донорском режимах даже к некоторому снижению среднего значения номера группы $\overline{I(t)}$;

2) позже эти особенности наблюдаются при переходе от дотационного к нейтральному и далее к донорскому режиму по мере того, как уменьшается и совсем исчезает приток средств в систему извне;

3) сходство полученных результатов для обоих подходов эмпирически (на практике) иллюстрирует свойство эргодичности в рас-

смотренной экономической задаче случайного распределения средств.

III. Далее в рамках этих условий усложним задачу, добавив к взаимодействию коллектива с внешней средой возможность актов случайного внутреннего перераспределения капиталов между его членами. Сделаем это в нескольких вариантах модели такого внутреннего взаимодействия, которое назовем перемешиванием капиталов.

1. Коммерческий – с условием, что при случайной встрече двух участников с капиталами α , β ($\alpha \leq \beta$) имеющий меньший капитал отдает более богатому сумму $k\alpha \frac{\beta - \alpha}{\alpha + \beta}$, где произвольно принято $k = 0,01$ (или $k = 0,5$).

2. Уравнительный – с условием, что при случайной встрече двух участников с капиталами

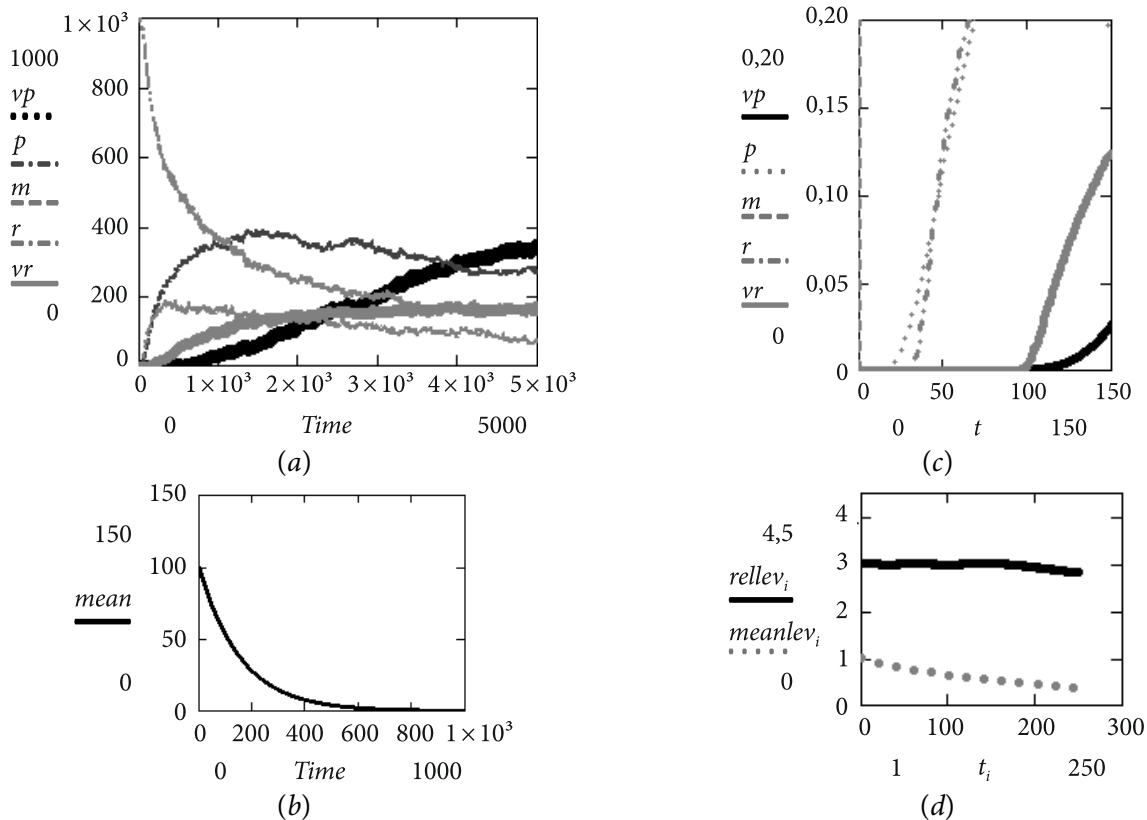


Рис. 3. Динамика усредненных капиталов по группам (а) и общего среднего по ансамблю (б), математических ожиданий по группам в биномиальной модели (с) и их усредненных характеристик (д) при $r_1 = 0,975$, $r_2 = 1 / r_1 - 0,02 = 1,0056$ (донорский режим)

Fig. 3. The dynamics of the average capitals for groups (a) and the overall average for the ensemble (b), as well as mathematical expectations for groups in the binomial model (c) and their average characteristics (d) at $r_1 = 0.975$, $r_2 = 1 / r_1 - 0.02 = 1.0056$ (donor regime)

α, β ($\alpha \leq \beta$) имеющий больший капитал отдает более бедному сумму $k\alpha \frac{\beta - \alpha}{\alpha + \beta}$.

Далее рассмотрим следующие варианты техники таких внутренних взаимодействий:

а) внутренние взаимодействия происходят после завершения взаимодействия с внешней средой (1) между каждым членом коллектива и каждым другим членом этого же коллектива;

б) внутренние взаимодействия происходят после завершения взаимодействия с внешней средой (1) между каждым членом некоторой произвольно фиксированной (например, $1/7$) части коллектива и каждым членом из остальной ($6/7$) части этого коллектива;

в) внутренние взаимодействия происходят после каждого акта взаимодействия с внешней средой между этим очередным членом коллектива и всеми членами, которые ранее уже взаимодействовали с внешней средой (1);

г) внутренние взаимодействия происходят после каждого акта взаимодействия с внешней средой между этим очередным членом коллектива и всеми членами, которые еще не взаимодействовали с внешней средой (1).

РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА

1. Как в дотационном (рис. 4,а), так и в донорском (рис. 4,б) режиме без дополнительных условий (без какого-либо внутреннего взаимодействия) со временем происходит доминирование группы очень бедных (vp), однако в дотационном режиме оно развивается значительно сильнее и раньше.

Отметим, что статистический разброс точек на всех кривых, представленных на рисунках, имеет скользящее среднее квадратическое отклонение (соответствует доверительной вероятности 0,67), не превышающее двух единиц.

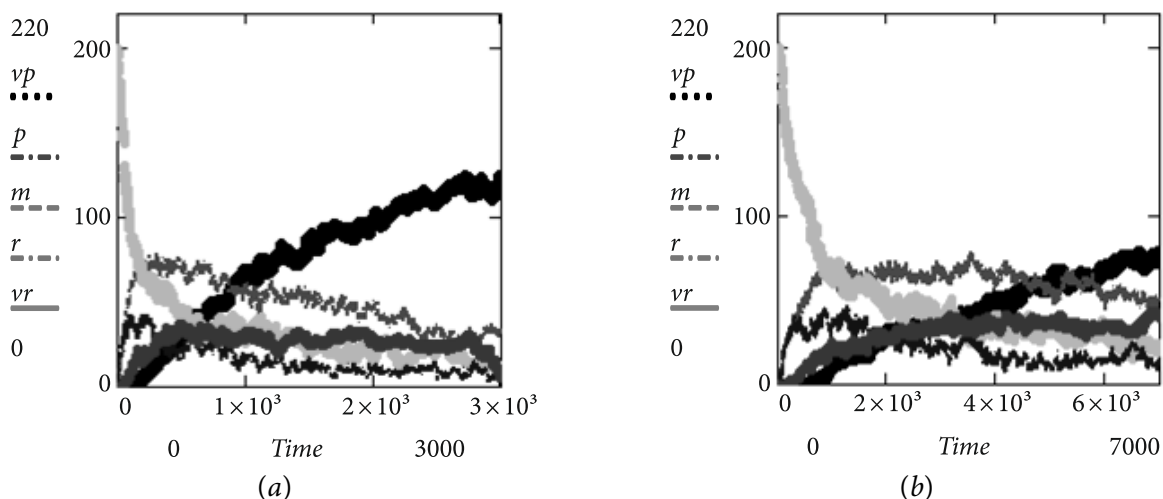


Рис. 4. Динамика численности групп: a – в дотационном режиме, b – в донорском режиме

Fig. 4. The dynamics of the number of groups: a – in the subsidized regime, b – in the donor regime

2. В коммерческих условиях внутреннего взаимодействия при перемешивании капиталов всех членов коллектива после завершения полного цикла взаимодействий с внешней средой происходит плавный переход к абсолютному доминированию группы очень бедных (vp) как в донорском, так и в дотационном режиме (рис. 5).

При перемешивании капиталов членов малой и большой групп происходит очень резкий переход (скачок) к доминированию группы очень бедных (vp) как в донорском, так и в дотационном режиме (аналог рис. 5).

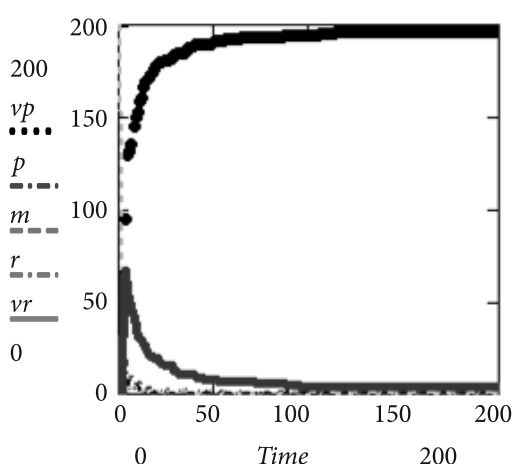


Рис. 5. Динамика численности групп в коммерческих условиях

Fig. 5. Dynamics of the number of groups in commercial conditions

В уравнительных условиях сразу практически при всех способах происходит резкий переход (скачок) к абсолютному доминированию средней группы (m) как в донорском, так и в дотационном режиме (рис. 6).

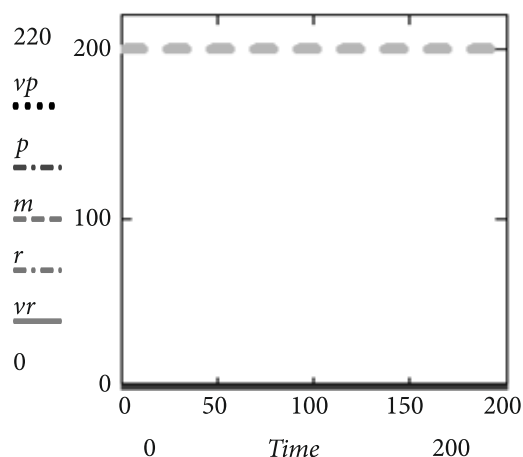


Рис. 6. Динамика численности групп в уравнительных условиях

Fig. 6. Dynamics of the number of groups in equal conditions

3. При внутреннем взаимодействии – перемешивании капиталов только очередного рассматриваемого члена коллектива с теми, которые еще не взаимодействовали с внешней средой:

а) в коммерческих условиях происходит плавный переход к доминированию группы очень бедных (vp) как в донорском, так и в дотационном режиме (подобно рис. 5);

б) в уравнительных условиях сразу происходит резкий переход (скачок) к доминированию средней группы (m) как в донорском, так и в дотационном режиме (подобно рис. 6).

4. При внутреннем взаимодействии – перемешивании капиталов только очередного рассматриваемого члена коллектива с теми, которые уже взаимодействовали с внешней средой:

а) в коммерческих условиях происходит плавный переход к доминированию группы очень бедных (vp) в дотационном режиме и к очень медленному выходу на доминирование группы очень бедных (vp) в донорском режиме;

б) в уравнительных условиях также происходит плавный переход к доминированию группы очень бедных (vp) в дотационном режиме и к очень медленному выходу на доминирование группы очень бедных (vp) в донорском режиме;

в) в коммерческих условиях происходит плавный переход к доминированию группы очень бедных (vp) как в донорском, так и в дотационном режиме (подобно рис. 5);

г) в уравнительных условиях сразу происходит резкий переход (скачок) к доминированию

средней группы (m) как в донорском, так и в дотационном режиме (подобно рис. 6).

Основные результаты по однотипным диаграммам динамики численности пяти «имущественных» групп из общего коллектива (рис. 1–3) демонстрируются в таблице.

ВЫВОДЫ

Несмотря на произвольность использованных числовых коэффициентов (r_1, r_2, k) и ряда исходных предположений, можно заметить, что практически во всех рассмотренных ситуациях со временем:

– при полном отсутствии перемешиваний происходит очень плавный переход к доминированию группы vp (самых бедных), причем медленнее – в донорском режиме, быстрее – в дотационном;

– в коммерческих условиях в обоих режимах происходит плавный переход к доминированию группы vp (самых бедных) при перемешивании всего коллектива или его частей (несколько быстрее) после взаимодействия с внешней средой;

– в уравнительных условиях происходит резкий переход к доминированию (средней) группы m .

Периоды установления доминирующей группы при различных условиях модели

Periods of a dominant group against various model conditions

Внутреннее взаимодействие	Условие, режим			
	коммерческое		уравнительное	
	донорский	дотационный	донорский	дотационный
Отсутствует	5000 (vp)	1000 (vp)	5000 (vp)	1000 (vp)
Все со всеми	50 (vp)	50 (vp)	10 (m)	10 (m)
Малая группа с большой	10 (vp)	10 (vp)	10 (m)	10 (m)
Текущее с уже прошедшими внешнее взаимодействие	100 (vp)	100 (vp)	2 (m)	2 (m)
Текущее с еще не прошедшими внешнее взаимодействие	6000 (vp) $k = 0,01$	1000 (vp) $k = 0,01$	6000 (vp) $k = 0,01$	1300 (vp) $k = 0,01$
	2 (vp) $k = 0,5$	2 (vp) $k = 0,5$	4000 (vp) $k = 0,5$	1000 (vp) $k = 0,5$

Источник: составлено авторами.

Некоторым исключением является, что если внутренние взаимодействия происходят после каждого акта взаимодействия с внешней средой между очередным членом и всеми членами, которые еще не взаимодействовали с внешней средой и сохраняют изначально равномерное распределение, то специфика уравнительных условий выхода на доминирование средней группы не реализуется и происходит сравнительно плавный переход к доминированию группы νp (самых бедных): медленнее – в донорском режиме, быстрее – в дотационном.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают искреннюю благодарность А. И. Поповой за помощь, оказанную в процессе подготовки материалов.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Войнов И. В., Пудовкин С. Г., Телегин А. И. Моделирование экономических систем и процессов. Опыт моделирования ARIS-моделей. Челябинск: ЮУрГУ, 2002. 392 с. EDN [SEBZXN](#)
2. Звягин Л. С. Практические приемы моделирования экономических систем // Проблемы современной экономики: материалы IV Междунар. науч. конф. Челябинск: Два комсомольца, 2015. С. 14–19. URL: <https://clck.ru/3MZtEJ> (дата обращения: 19.12.2024).
3. Власов М. П., Шимко П. Д. Моделирование экономических процессов. Ростов н/Д: Феникс, 2005. 410 с. EDN [VQMEWT](#)
4. Peters O., Gell-Mann M. Evaluating gambles using dynamics // *Chaos*. 2016. Vol. 26. Article 231003. DOI [10.1063/1.4940236](#)
5. Berman Y., Peters O., Adamou A. An empirical test of the ergodic hypothesis: Wealth distributions in the United States // SSRN. 13 Jun 2016. 40 p. DOI [10.2139/ssrn.2794830](#)
6. Peters O., Adamou A. The sum of log-normal variates in geometric Brownian motion // *arXiv*. 2018. 14 p. DOI [10.48550/arXiv.1802.02939](#)
7. Peters O., Adamou A. The time interpretation of expected utility theory // *arXiv*. 2018. 8 p. DOI [10.48550/arXiv.1801.03680](#)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математическое моделирование реальных финансово-экономических процессов с использованием наиболее адекватных параметров не только представляет познавательный интерес, но и позволяет априори оценить наиболее вероятные последствия широкого комплекса действий с целью минимизации их негативных последствий. В данной работе получены результаты, которые на уровне начального приближения могут интерпретировать некоторые экономические аспекты отечественной истории.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to express their gratitude to A. I. Popova for her contribution into preparing the materials.

REFERENCES

1. Voinov I. V., Pudovkin S. G., Telegin A. I. *The Modeling of the Economic Systems and Processes. The Experience of the Construction of the Aris-Models*. Chelyabinsk, 2002. 392 p. (In Russ.). EDN [SEBZXN](#)
2. Zvyagin L. S. Practical methods of modeling of economic systems. *Issues of Modern Economy: Proceedings of IV International Scientific Conference*. Chelyabinsk, 2015, pp. 14–19. (In Russ.). Available at: <https://clck.ru/3MZtEJ> (access date 19.12.2024).
3. Vlasov M. P., Shimko P. D. *Modelirovanie ekonomicheskikh protsessov*. Rostov-on-Don, 2005. 410 p. (In Russ.). EDN [VQMEWT](#)
4. Peters O., Gell-Mann M. Evaluating gambles using dynamics. *Chaos*, 2016, vol. 26, Article 231003. DOI [10.1063/1.4940236](#)
5. Berman Y., Peters O., Adamou A. An empirical test of the ergodic hypothesis: Wealth distributions in the United States. SSRN, 13 Jun 2016. 40 p. DOI [10.2139/ssrn.2794830](#)
6. Peters O., Adamou A. The sum of log-normal variates in geometric Brownian motion. *arXiv*, 2018. 14 p. DOI [10.48550/arXiv.1802.02939](#)
7. Peters O., Adamou A. The time interpretation of expected utility theory. *arXiv*, 2018. 8 p. DOI [10.48550/arXiv.1801.03680](#)

8. Peters O. The ergodicity problem in economics // *Nature Physics*. 2019. Vol. 15. P. 1216–1221. DOI [10.1038/s41567-019-0732-0](https://doi.org/10.1038/s41567-019-0732-0)

9. Meder D., Rabe F., Morville T., Madsen K. H., Koudahl M. T., Dolan R. J., Siebner H. R., Hulme O. J. Ergodicity-breaking reveals time optimal decision making in humans // *arXiv*. 2019. 43 p. DOI [10.48550/arXiv.1906.04652](https://doi.org/10.48550/arXiv.1906.04652)

10. Bouchaut J. P., Mezard M. Wealth condensation in a simple model of economy // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2000. Vol. 282. P. 536–545. DOI [10.1016/S0378-4371\(00\)00205-3](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(00)00205-3). EDN AFRCWN

11. Frederic S., Loewenstein G., O'Donoghue T. Time discounting and time preference: A critical review // *Journal of Economic Literature*. 2002. Vol. 40, no. 2. P. 351–401. DOI [10.1257/jel.40.2.351](https://doi.org/10.1257/jel.40.2.351). EDN EFMEPR

12. Adamou A., Berman Y., Mavroyiannis D., Peters O. Microfoundations of discounting // *arXiv*. 2020. 28 p. DOI [10.48550/arXiv.1910.02137](https://doi.org/10.48550/arXiv.1910.02137)

13. Adamou A., Peters O. Dynamics of inequality // *Significance*. 2016. Vol. 13, iss. 3. P. 32–35. DOI [10.1111/j.1740-9713.2016.00918.x](https://doi.org/10.1111/j.1740-9713.2016.00918.x)

14. Эксперимент: возникает ли финансовое неравенство при случайной раздаче денег // Хабр. Блог компании ITI Capital. Визуализация данных. 11.07.2017. URL: <https://clck.ru/3MZtjE> (дата обращения: 28.11.2024).

15. Marsili M., Maslov S., Zhang Y. G. Dynamical optimization theory of a diversified portfolio // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 1998. Vol. 253, iss. 1–4. P. 403–418. DOI [10.1016/S0378-4371\(98\)00075-2](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(98)00075-2). EDN ORMMMX

16. Peters O., Adamou A. Leverage efficiency // *arXiv*. 2011. 24 p. DOI [10.48550/arXiv.1101.4548](https://doi.org/10.48550/arXiv.1101.4548)

17. Delvin K. *The unfinished game: Pascal, Fermat, and the Seventeenth-Century Letter that Made the World Modern*. Basic Books, 2010. 208 p.

18. Montmort R. P. *Essay d'analyse sur les jeux de hazard*. American Mathematical Society, 2006. 414 p.

19. Theil H. *Economics and information*. North-Holland Publ., 1967. 488 p.

20. Кирьянов Д. В. *Mathcad-15/Mathcad Prime 1.0*. СПб.: БХВ-Петербург, 2012. 432 с.

8. Peters O. The ergodicity problem in economics. *Nature Physics*, 2019, vol. 15, pp. 1216–1221. DOI [10.1038/s41567-019-0732-0](https://doi.org/10.1038/s41567-019-0732-0)

9. Meder D., Rabe F., Morville T., Madsen K. H., Koudahl M. T., Dolan R. J., Siebner H. R., Hulme O. J. Ergodicity-breaking reveals time optimal decision making in humans. *arXiv*, 2019. 43 p. DOI [10.48550/arXiv.1906.04652](https://doi.org/10.48550/arXiv.1906.04652)

10. Bouchaut J. P., Mezard M. Wealth condensation in a simple model of economy. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2000, vol. 282, pp. 536–545. DOI [10.1016/S0378-4371\(00\)00205-3](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(00)00205-3). EDN AFRCWN

11. Frederic S., Loewenstein G., O'Donoghue T. Time discounting and time preference: A critical review. *Journal of Economic Literature*, 2002, vol. 40, no. 2, pp. 351–401. DOI [10.1257/jel.40.2.351](https://doi.org/10.1257/jel.40.2.351). EDN EFMEPR

12. Adamou A., Berman Y., Mavroyiannis D., Peters O. Microfoundations of discounting. *arXiv*, 2020. 28 p. DOI [10.48550/arXiv.1910.02137](https://doi.org/10.48550/arXiv.1910.02137)

13. Adamou A., Peters O. Dynamics of inequality. *Significance*, 2016, vol. 13, iss. 3, pp. 32–35. DOI [10.1111/j.1740-9713.2016.00918.x](https://doi.org/10.1111/j.1740-9713.2016.00918.x)

14. Эксперимент: возникает ли финансовое неравенство при случайной раздаче денег. *IT Capital Company's Blog. Data Visualization*. 11.07.2017. (In Russ.). Available at: <https://clck.ru/3MZtjE> (access date 28.11.2024).

15. Marsili M., Maslov S., Zhang Y. G. Dynamical optimization theory of a diversified portfolio. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 1998, vol. 253, iss. 1–4, pp. 403–418. DOI [10.1016/S0378-4371\(98\)00075-2](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(98)00075-2). EDN ORMMMX

16. Peters O., Adamou A. Leverage efficiency. *arXiv*, 2011. 24 p. DOI [10.48550/arXiv.1101.4548](https://doi.org/10.48550/arXiv.1101.4548)

17. Delvin K. *The unfinished game: Pascal, Fermat, and the Seventeenth-Century Letter that Made the World Modern*. Basic Books, 2010. 208 p.

18. Montmort R. P. *Essay d'analyse sur les jeux de hazard*. American Mathematical Society, 2006. 414 p.

19. Theil H. *Economics and information*. North-Holland Publ., 1967. 488 p.

20. Kir'yanov D. V. *Mathcad-15/Mathcad Prime 1.0*. Saint Petersburg, 2012. 432 p. (In Russ.).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Виктор Николаевич Ассаул – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Victor N. Assaul – Candidate of Sciences (Engineering), Associate Professor, Associate Professor at the Department of Applied Mathematics, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation

(Россия, 190000, г. Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67, лит. А); ✉ vicvic21@yandex.ru

Александр Викторович Головин – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, физический факультет, Санкт-Петербургский государственный университет (Россия, 198504, г. Санкт-Петербург, ул. Ульяновская, д. 1); ✉ golovin50@mail.ru

Игорь Евгеньевич Погodin – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математики Военно-морского политехнического института, Военный учебно-научный центр Военно-морского флота «Военно-морская академия имени Адмирала Флота Советского Союза Н. Г. Кузнецова» (Россия, 198510, г. Санкт-Петербург, г. Петродворец, ул. Разводная, д. 15); ✉ iepogodin@mail.ru

(67-A, Bolshaya Morskaya st., Saint Petersburg, 190000, Russia); ✉ vicvic21@yandex.ru

Alexander V. Golovin – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Senior Research Fellow, Faculty of Physics, Saint Petersburg State University (1, Ulyanovskaya st., Saint Petersburg, 198504, Russia); ✉ golovin50@mail.ru

Igor E. Pogodin – Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Professor, Professor at the Department of Mathematics, Naval Polytechnic Institute, The Military Education and Scientific Centre of the Navy “The Naval Academy named after Admiral of the Fleet of the Soviet Union N. G. Kuznetsov” (15, Razvodnaya st., Peterhof, Saint Petersburg, 198510, Russia); ✉ iepogodin@mail.ru