

РАЗДЕЛ II. ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ

doi 10.17072/1994-9960-2019-2-232-247

УДК 338.12.07+332.144(574)

ББК 65.012.1+65.23

JEL Code D58, E17, E52

**ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ
МОДЕЛИ ОБЩЕГО РАВНОВЕСИЯ ЭКОНОМИКИ КАЗАХСТАНА
НА ОСНОВЕ БАЙЕСОВСКОГО ПОДХОДА****Дмитрий Николаевич Шульц^a**ORCID ID: [0000-0002-5131-4216](https://orcid.org/0000-0002-5131-4216), Researcher ID: [E-7118-2019](https://orcid.org/E-7118-2019), e-mail: shults@inbox.ru**Аскар Бауржанович Кысыков^b**Researcher ID: [F-6064-2019](https://orcid.org/F-6064-2019), e-mail: kyssykov@gmail.com^a Центр экономики инфраструктуры (129110, Россия, г. Москва, ул. Гиляровского, 57, офис 601)^b Центр прикладных исследований «ТАЛАП» (010000, Казахстан, г. Астана, ул. Ташенова, 8, офис 77)

Переход центральных банков к политике инфляционного таргетирования актуализировал применение динамических стохастических моделей общего равновесия (DSGE-моделей) к оценке социально-экономических эффектов принимаемых решений, количественного обоснования их оптимальности. Известно, что данный подход основан на кейнсианском микроэкономическом фундаменте, учитывающем такие провалы рынка, как несовершенная конкуренция, негибкие цены и несовершенство рынка труда, и в нем используется гипотеза рациональных ожиданий. Для оценивания параметров динамических стохастических моделей общего равновесия все большее распространение получает байесовский подход, который позволяет учитывать априорную информацию об оцениваемых параметрах и оказывается особенно полезным в условиях коротких временных рядов, а также в условиях структурных изменений. С учетом этих трендов в статье представлена динамическая стохастическая модель общего равновесия экономики Казахстана с байесовским оцениванием ее параметров. Модель представляет собой систему уравнений, описывающих динамику национального дохода, занятости, спроса на деньги, предельных издержек относительно своих равновесных траекторий, а также инфляции и ставки процента. Ключевыми уравнениями системы являются: уравнение Эйлера и IS-кривой, описывающие динамику потребления; новокейнсианское уравнение Филлипса (НКПС), связывающее динамику инфляции и разрыва выпуска; уравнение Тейлора, описывающее процентную политику денежного регулятора, направленную на стабилизацию экономики. С помощью построенной DSGE-модели оценены эффекты на ключевые макроэкономические показатели от шоков спроса, цен (шоков предложения), от изменения процентной политики денежного регулятора и изменения предложения труда. Как показали результаты симуляций, процентная политика, соответствующая правилу Тейлора, оказывает стабилизационное воздействие на экономику, подверженную шокам различного вида. Построенная модель может быть использована для макроэкономического моделирования и прогнозирования динамики развития не только экономики Казахстана, но и экономики других постсоветских государств. Полученные оценки параметров модели, результаты проведенных расчетов могут быть использованы центральными банками при оптимизации параметров денежно-кредитной политики. Предложенная модель может стать основой для разработки комплексной модели стран Таможенного союза.

Ключевые слова: экономико-математическое моделирование, структурная макроэконометрика, динамические стохастические модели общего равновесия, DSGE-модели, новокейнсианская кривая Филлипса, рациональные ожидания, байесовское оценивание, инфляционное таргетирование, монетарная политика, уравнение Тейлора, экономика Казахстана, сценарное прогнозирование.



ASSESSMENT OF THE PARAMETERS OF DYNAMIC STOCHASTIC GENERAL EQUILIBRIUM MODEL OF KAZAKHSTAN ECONOMY USING BAYESIAN ESTIMATION

Dmitriy Nikolaevich Shults^a

ORCID ID: [0000-0002-5131-4216](https://orcid.org/0000-0002-5131-4216), Researcher ID: [E-7118-2019](https://orcid.org/E-7118-2019), e-mail: shults@inbox.ru

Askar Baurzhanovich Kysykov^b

Researcher ID: [F-6064-2019](https://orcid.org/F-6064-2019), e-mail: kyssykov@gmail.com

^a Infrastructure Economics Center (57, Gilyarovskogo st., Moscow, 129110, Russia)

^b Center of Applied Research "TALAP" (6, Tashenova st., Astana, 010000, Kazakhstan)

The transition of central banks to the inflation targeting policy has increased the importance to apply dynamic stochastic general equilibrium models (DSGE-models) for the assessment of social and economic effects of decisions, and to justify their efficiency quantitatively. The approach is known to be based on the Keynesian microeconomics that considers such market failures as imperfect competition, inflexible prices and imperfection of the labor market and uses the hypothesis of rational expectations. To assess the dynamic stochastic model parameters of general equilibrium the Bayesian estimation is widely used. The approach allows us to consider priori information about the estimated parameters and is especially useful in the conditions of short time series, as well as in the conditions of structural changes. Taking into consideration the above mentioned features a dynamic stochastic general equilibrium model of the economy of Kazakhstan is presented in the article using the Bayesian estimation of the model parameters. The model is a system of equations that describe the dynamics of national income, employment, demand for money, marginal costs relative to their equilibrium trajectories, as well as inflation and interest rates. The key equations of the system are the Euler equation and the IS-curve, describing the consumption dynamics; New Keynesian Phillips equation (NKPC) that connects the inflation dynamics and output gap; Taylor equation describing the interest rate policy of the monetary regulator, aimed at stabilizing the economy. Using the constructed DSGE-models we have assessed the effects on key macroeconomic indicators caused by demand shocks, prices (supply shocks), by changes in the interest rate policy of the monetary regulator and by changes in labour supply. The simulation results have revealed that the interest rate policy corresponding to the Taylor equation stabilizes the economy that is subjected to shocks of various types. The constructed model may be used for macroeconomic modeling and forecasting of the development dynamics of not only the economy of Kazakhstan, but also the economy of other post-Soviet countries. The assessment of the model parameters, we have made, may be used by central banks when optimizing the parameters of monetary and credit policy. The model may become the basis for the development of a comprehensive model of the Customs Union countries.

Keywords: economic and mathematical modeling, structural macroeconometrics, dynamic stochastic general equilibrium models, DSGE-models, new keynesian Phillips curve, rational expectations, Bayesian estimation, inflation targeting, monetary policy, Taylor equation, economy of Kazakhstan, scenarios forecasting.

Введение

Современное государственное управление требует строгой количественной оценки социально-экономических эффектов от принимаемых решений, количественного обоснования их оптимальности. «Политические решения могут быть простыми, но модели не могут и не должны быть слишком простыми» [1, с. xiii]. Развитие модельного аппарата, численных методов, компьютерных технологий позволило использовать в экспертной работе сложные динамические модели. На сегодняшний день базовым инструментом макроэкономического анализа и моделирования, а также стандартным

инструментом для разработки экономической политики стали DSGE-модели. Отметим, что их основными характеристиками являются:

– вывод макроэкономических соотношений из микроэкономических поведенческих моделей и использование теории рациональных ожиданий при описании поведения домашних хозяйств и предприятий реального сектора;

– опора на некейнсианские положения об институциональных «провалах рынка» (несовершенная конкуренция и жесткие цены), что кажется особенно актуальным для постсоветских экономик, в

которых развитие рыночных отношений еще не достигло уровня западных стран;

- положение, что монетарная политика вызывает лишь краткосрочные отклонения от долгосрочного равновесия, которое в простейшем случае может быть определено с помощью фильтра Ходрика – Прескотта;

- отказ от традиционного эконометрического оценивания в пользу калибровки параметров микроэкономического поведения. В последнее время калибровка стала дополняться байесовским оцениванием.

На сегодняшний день известно не так много вариантов DSGE-моделирования Казахстана. В работах [2–4] параметры модели не оцениваются на статистических данных, а калибруются. Модель Национального банка Казахстана [5] не опирается на теоретический микрофундамент и является сугубо прикладной.

По сравнению с предыдущим нашим исследованием [6] мы расширили перечень моделируемых переменных, обобщили функцию полезности домашних хозяйств, а также провели строгое доказательство полученных результатов на основе метода Лагранжа.

Методология исследования

Ниже представлена малая DSGE-модель Казахстана, описывающая поведение домашних хозяйств, предприятий реального сектора и денежного регулятора, а также их взаимодействие в ситуации равновесия. Модель предназначена для описания экономики в краткосрочном периоде. Соответственно, номинальные показатели характеризуются значительной инерционностью, а основной капитал принимается как заданный. Последнее означает, что инвестиции явно не выделяются. Также предполагаются заданными фискальные параметры и внешнеэкономический фон – их влияние задается экзогенными случайными возмущениями.

Параметры модели оцениваются с помощью байесовского оценивания, откалиброванные значения параметров используются в качестве априорных. В заключе-

ние проводятся сценарные расчеты, в том числе оцениваются эффекты от изменения процентной ставки в условиях инфляционного таргетирования.

Предположим, что домашние хозяйства имеют функцию полезности CRRA (с постоянной склонностью к риску) и максимизируют ожидаемую суммарную дисконтированную полезность: $U = E \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \Phi \frac{L_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \Psi \frac{m_t^{1-\psi}}{1-\psi} \right) \right] \rightarrow \max$ при бюджетном ограничении для $t \geq 1$:

$$P_t C_t + M_t + D_t = W_t L_t + M_{t-1} + (1 + R_{t-1}) D_{t-1},$$

где $E[\cdot]$ – оператор рациональных ожиданий¹; $\beta \in (0; 1)$ – норма дисконтирования; C_t – потребление товаров и услуг при уровне цен P_t ; L_t – предложение труда по ставке заработной платы W_t ; M_t – номинальный запас наличных денег, а $m_t = \frac{M_t}{P_t}$ – реальные денежные остатки; D_t – сбережения (депозиты) домашних хозяйств в активах, приносящих процентный доход по ставке R_t на момент времени t .

В функции полезности предполагается, что она положительно зависит от реального потребления и запаса денег² и отрицательно – от затрат труда.

В бюджетном ограничении предполагается, что домашние хозяйства могут свободно сберегать и кредитовать, т. е. нет ограничений на заимствования. Таким образом, переменная D_t отражает не все де-

¹ Под рациональным понимается такое поведение экономических агентов, что вся доступная информация и имеющийся опыт используются настолько эффективно, что ожидаемое значение будущих переменных отклоняется от фактического лишь случайно. Иными словами, $E[z_{t+1}] = z_{t+1} + \varepsilon_{t+1}$, где ε – белый шум [2].

² Следует сказать несколько слов о включении денег в функцию полезности. Если сбережения приносят процентный доход и благодаря этому увеличивают будущее потребление, то наличные деньги доход не приносят, а лишь обесцениваются инфляцией. Соответственно, невключение их в функцию полезности приводит к тому, что оптимальный запас наличности должен быть равен 0, что противоречит реальной жизни. Чтобы этого избежать, зачастую деньги включают в функцию полезности. Против этого высказываются возражения, что деньги сами по себе не составляют благосостояние, но лишь косвенно способствуют этому, экономя время на совершение сделок и, следовательно, уменьшая трансакционные издержки.

позиты домашних хозяйств, а только чистые активы. Также явно не выделяются налоговые платежи и трансферты от государства.

Бюджетное ограничение домашних хозяйств может быть выражено через реальные (дефлированные) показатели:

$$(1 + \pi_t)(C_t + m_t + d_t) = (1 + \pi_t)w_t L_t + m_{t-1} + (1 + R_{t-1})d_{t-1},$$

где $d_t = \frac{D_t}{P_t}$ – реальные активы, приносящие процентный доход; $w_t = \frac{W_t}{P_t}$ – реальная заработная плата; $\pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1$ – уровень инфляции.

Лагранжиан рассматриваемой задачи на условный экстремум имеет вид

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} \beta^t E \left[\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \Phi \frac{L_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \Psi \frac{m_t^{1-\psi}}{1-\psi} \right] - \\ - \lambda_t \left((1 + \pi_t)(C_t + m_t + d_t) - (1 + \pi_t)w_t L_t - \right. \\ \left. - m_{t-1} - (1 + R_{t-1})d_{t-1} \right) \end{array} \right\}.$$

Условия первого порядка для потребления, реальных денежных остатков, предложения труда и депозитов равны (для упрощения записи мы опускаем оператор рациональных ожиданий для переменных в периоде $t + 1$):

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = \beta^t C_t^{-\sigma} - \lambda_t(1 + \pi_t) = 0 \Rightarrow \frac{\beta^t C_t^{-\sigma}}{(1 + \pi_t)} = \lambda_t;$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_t} = \beta^t \Psi m_t^{-\psi} - \lambda_t(1 + \pi_t) + \lambda_{t+1} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \beta^t \Psi m_t^{-\psi} = \lambda_t(1 + \pi_t) - \lambda_{t+1};$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_t} = -\beta^t \Phi L_t^\varphi + \lambda_t(1 + \pi_t)w_t = 0 \Rightarrow \beta^t \Phi L_t^\varphi = \\ = \lambda_t(1 + \pi_t)w_t;$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial d_t} = -\lambda_t(1 + \pi_t) + \lambda_{t+1}(1 + R_t) = 0 \Rightarrow \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} = \\ = \frac{(1 + \pi_t)}{(1 + R_t)}.$$

Итоговые уравнения динамики переменных можно представить следующим образом.

Уравнение Эйлера для потребления:

$$\beta \left(\frac{E[C_{t+1}]}{C_t} \right)^{-\sigma} = \frac{(1 + E[\pi_{t+1}])}{(1 + R_t)}.$$

Функция спроса на деньги положительно зависит от расходов и отрицательно от ставки процента:

$$\Psi m_t^{-\psi} = C_t^{-\sigma} \left(\frac{R_t}{1 + R_t} \right).$$

Функция предложения труда положительно зависит от реальной заработной платы:

$$\Phi L_t^\varphi = C_t^{-\sigma} w_t.$$

Для анализа динамических свойств модели в терминах отклонений будем использовать логарифм отношения переменных к их равновесным значениям $\tilde{x}_t = \ln \frac{x_t}{x^*} = \ln x_t - \ln x^*$.

Линеаризация уравнения Эйлера относительно равновесного состояния

$$C^*: \beta \left(E \left[\frac{C_{t+1}}{C^*} \right] \frac{C^*}{C_t} \right)^{-\sigma} = \frac{(1 + E[\pi_{t+1}])}{(1 + R_t)}.$$

При этом в рамках гипотезы рациональных ожиданий предполагается, что экономические агенты имеют одинаковые и корректные представления о равновесном состоянии экономики, то есть $E[C^*] = C^*$. Кроме того, в краткосрочном периоде это равновесное состояние стационарно.

Обозначив $\tilde{C}_t = \ln \frac{C_t}{C^*}$ и прологарифмировав левую и правую части, получаем $\ln \beta - \sigma(E[\tilde{C}_{t+1}] - \tilde{C}_t) = E[\pi_{t+1}] - R_t$.

Для вывода правой части IS-уравнения при условии низкой инфляции и ставки процента используется приближение $\ln(1 + x) \approx x$.

Процентные переменные (инфляцию π_t и ставку процента R_t) мы оставили без преобразований. Иногда их переписывают как отклонения от их равновесных значений ($\tilde{\pi}_t = \pi_t - \pi^*$ и $\tilde{R}_t = R_t - R^*$). Тогда первое уравнение системы (IS-уравнение) становится однородным $\tilde{C}_t = E[\tilde{C}_{t+1}] + \frac{1}{\sigma}(E[\tilde{\pi}_{t+1}] - \tilde{R}_t)$. Это легко показать, приняв во внимание, что в равновесии уравнение Эйлера имеет вид $\beta = \frac{1 + \pi^*}{1 + R^*}$, то есть $\ln \beta \approx \pi^* - R^*$.

Из этого также следует, что равновесная реальная ставка процента есть $R^* = \pi^* - \ln \beta$. Если денежный регулятор поддерживает равновесную инфляцию на уровне таргета $\pi^* = \pi^T$, то равновесная ставка процента должна быть равна $R^* = \pi^T - \ln \beta$ (поскольку $\beta \in (0; 1)$, $\ln \beta < 0$ и $R^* > \pi^T$).

Для линеаризации функции спроса на деньги и функции предложения труда использовались следующие формулы аппроксимации для малых отклонений \tilde{x}_t, \tilde{y}_t :

$e^{\tilde{x}_t} \approx 1 + \tilde{x}_t$, $E[ae^{\tilde{x}_t}] \approx a + aE[\tilde{x}_t]$, $\tilde{x}_t \tilde{y}_t \approx 0$, $x_t \approx x^*(1 + \tilde{x}_t)$.

Функцию предложения труда можно аппроксимировать через равновесные состояния и отклонения следующим образом:

$$\Phi(L^*(1 + \tilde{L}_t))^\varphi = (C^*(1 + \tilde{C}_t))^{-\sigma} w^*(1 + \tilde{w}_t).$$

Принимая во внимание, что в равновесии функция предложения труда имеет вид $\Phi L^{*\varphi} = C^{*\sigma} w^*$, получаем

$$(1 + \tilde{L}_t)^\varphi = (1 + \tilde{C}_t)^{-\sigma} (1 + \tilde{w}_t).$$

Наконец, после логарифмирования получаем запись функции предложения труда через переменные отклонения:

$$\varphi \tilde{L}_t = -\sigma \tilde{C}_t + \tilde{w}_t.$$

Воспользовавшись приближением $x_t^\alpha \approx x^*(1 + \alpha \tilde{x}_t)$ и спросом на деньги в равновесии $\Psi m^{*\psi} C^{*\sigma} = \frac{R^*}{1+R^*}$, можно представить лог-линейное приближение для функции спроса на деньги:

$$-\psi \tilde{m}_t + \sigma \tilde{C}_t = \left(\frac{R_t}{1+R_t} \right) / \left(\frac{R^*}{1+R^*} \right).$$

Поскольку при низких ставках процента $R_t R^* \approx 0$, то $\left(\frac{R_t}{1+R_t} \right) / \left(\frac{R^*}{1+R^*} \right) \approx \frac{R_t}{R^*}$. Тогда итоговую лог-линейную запись для функции спроса на деньги можно представить в виде

$$\tilde{m}_t = \frac{\sigma}{\psi} \tilde{C}_t - \eta R_t,$$

где $\eta = \frac{1}{\psi R^*}$. Константу в уравнении спроса на деньги можно принять равной $1/\psi$ с тем, чтобы уравнение выполнялось в условиях равновесия.

Таким образом, линеаризация условий первого порядка относительно равновесного состояния дает следующую систему уравнений:

$$\tilde{C}_t = E[\tilde{C}_{t+1}] + \frac{1}{\sigma} (E[\pi_{t+1}] - R_t - \ln \beta);$$

$$\tilde{m}_t = \frac{\sigma}{\psi} \tilde{C}_t - \eta R_t;$$

$$\tilde{L}_t = \frac{1}{\varphi} (\tilde{w}_t - \sigma \tilde{C}_t).$$

Можно отметить, что динамика переменных-отклонений не зависит от параметров функции полезности Ψ и Φ . Кроме того, потребление оказывается независимым от денежного спроса и предложения

труда, а они оба зависят от потребления, но не друг от друга.

Для моделирования реального сектора сформулируем модель ценообразования на рынках несовершенной конкуренции и зададим производственную функцию.

Наибольшее распространение, в том числе по причине простоты, получили модели негибких цен [8]. Мы будем следовать популярной модели ценообразования *G. Calvo* [9] и *J. Rotemberg* [10]. В работе [6] описан вывод уравнения новой кейнсианской кривой Филлипса (НКРС) $\pi_t = \kappa \cdot \tilde{m} \tilde{c} r_t + \beta E[\pi_{t+1}]$, где κ – параметр Кальво, отражающий инерционность цен, а $\tilde{m} \tilde{c} r_t$ – отклонение от равновесного значения для реальных предельных издержек.

В этой простой модели не выделены явные внешнеэкономические связи. Однако, согласно *J. Gali* [11], спецификация НКРС для открытой экономики не отличается от полученной авторами. Отличаются только сами откалиброванные коэффициенты, что неприципиально для статистического оценивания, которое будет проведено ниже.

Рассмотрим выражение для предельных издержек:

$$MC = \frac{\partial(WL)}{\partial Y} = \frac{\partial WL}{\partial L} \frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{\frac{\partial WL}{\partial L}}{\frac{\partial Y}{\partial L}} = \frac{W + \frac{\partial W}{\partial L} L}{\frac{\partial Y}{\partial L}}.$$

В условиях несовершенной конкуренции на рынке труда ставка заработной платы не фиксирована для фирм. Тогда обозначим эластичность заработной платы по труду через ε_L^W и, задав производственную функцию в виде функции Кобба – Дугласа $Y = AL^\alpha$, получим предельные издержки:

$$MC = \frac{W(1 + \varepsilon_L^W)}{\alpha Y/L},$$

а реальные предельные издержки –

$$MCR = \frac{W(1 + \varepsilon_L^W)}{P \alpha Y/L}.$$

В логарифмах выражение для реальных предельных издержек принимает вид

$$mcr = w - y + l + \ln \left(\frac{1 + \varepsilon_L^W}{\alpha} \right),$$

где w – логарифм реальной заработной платы.

А с учетом производственной функции

$$mcr = w + \frac{1 - \alpha}{\alpha} y - \frac{a_t}{\alpha} + \ln \left(\frac{1 + \varepsilon_L^W}{\alpha} \right),$$

где $a_t = \ln A_t$.

Лог-линейное приближение для реальных предельных издержек, записанное через отклонение от равновесных значений:

$$\tilde{mcr}_t = \tilde{w}_t - \tilde{Y}_t + \tilde{L}_t$$

или с учетом производственной функции и уравнения для реальных заработных плат:

$$\tilde{mcr}_t = \left(\frac{1 - \alpha - \varphi}{\alpha} + \sigma \right) \tilde{Y}_t - \frac{1 - \varphi}{\alpha} \tilde{A}_t.$$

Как видим, без учета изменений в совокупной факторной производительности реальные предельные издержки пропорциональны разрыву выпуска, что и используется зачастую для записи НКРС.

В литературе часто используется гибридная НКРС¹, предложенная *J. Gali* и *M. Gertler* [12] на основе эконометрических исследований:

$$\pi_t = \kappa \cdot \tilde{mcr}_t + \beta E[\pi_{t+1}] + \rho_\pi \pi_{t-1}.$$

Для того чтобы равновесная инфляция совпадала с целевым уровнем, необходимо выполнить условие $1 = \beta + \rho_\pi$.

Относительно гибридной модификации можно заметить, что наши предыдущие эконометрические исследования [13], а также исследования Национального банка Казахстана [14] указывают на инерционность инфляционных процессов.

Поскольку, как было показано выше, подходов к спецификации НКРС, так же, как и подходов к оцениванию ее параметров, существует большое множество, то в литературе можно встретить большой разброс статистических оценок. Например, для экономики США в исследовании [15] приводится обзор таких оценок (рис. 1).

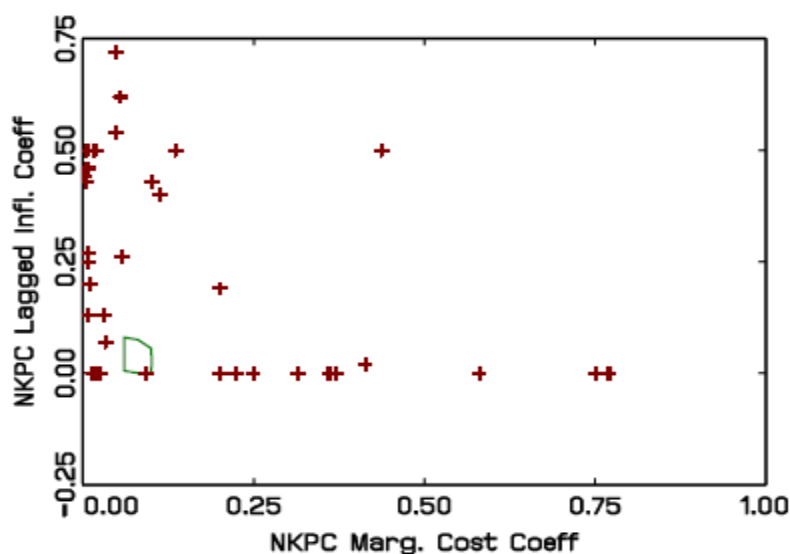


Рис. 1. Разброс оценок параметров НКРС в различных исследованиях по экономике США [15]

Национальные банки при разработке денежно-кредитной политики придерживаются правила Тейлора [16]:

$$R_t - \pi_t = \gamma + q_\pi (\pi_t - \pi^T) + q_y \tilde{Y}_t.$$

¹ Кроме того, можно указать еще одну спецификацию. В исследовании *J. Gali* и *M. Gertler* [12] высказали возражения против перехода от реальных предельных издержек к разрыву выпуска. Однако, поскольку предельные издержки являются ненаблюдаемой переменной, *J. Gali* и *M. Gertler* предложили использовать долю труда в ВВП $MCR = \frac{w \frac{dL}{dY}}{P} = \frac{w}{P} \frac{1}{\frac{dY}{dL}} = \frac{w}{P} \frac{1}{\frac{dY}{dL}} = \frac{wL}{aPY} = \frac{s}{a}$.

Правило Тейлора указывает, что реальная, т. е. за вычетом инфляции, базовая ставка должна расти при превышении инфляцией своего целевого значения и при положительном разрыве выпуска. При этом центральные банки руководствуются принципом Тейлора: для стабилизации экономики реакция ставки процента на отклонение инфляции от таргета должна быть больше 1 ($q_\pi > 1$).

Константа γ выбирается таким образом, чтобы в равновесном состоянии

($\pi_t = \pi^T$ и $\tilde{Y}_t = 0$) соблюдалось уравнение IS. Тогда $\gamma = -\rho$.

Поскольку ставка процента не может изменяться слишком часто и резко в ответ на изменения экономической конъюнктуры, центральные банки используют сглаживание:

$$R_t - \pi_t = \gamma + q_\pi(\pi_t - \pi^T) + q_y\tilde{Y}_t + \rho_R R_{t-1}.$$

В этом случае $\gamma = \rho_R(\pi - \rho) - \rho$.

Итоговая система состоит из следующих уравнений.

Уравнение для разрыва выпуска:

$$\tilde{Y}_t = E[\tilde{Y}_{t+1}] + \frac{1}{\sigma}(E[\pi_{t+1}] - R_t - \rho).$$

Функция спроса на деньги:

$$\tilde{m}_t = \frac{\sigma}{\psi}\tilde{Y}_t - \eta R_t.$$

Предложение труда:

$$\tilde{L}_t = \frac{1}{\varphi}(\tilde{w}_t - \sigma\tilde{Y}_t).$$

Новокейнсианская кривая Филлипса:

$$\pi_t = \kappa \cdot \tilde{m}\tilde{c}r_t + \beta E[\pi_{t+1}] + \rho_\pi \pi_{t-1}.$$

Реальные предельные издержки:

$$\tilde{m}\tilde{c}r_t = \tilde{w}_t - \tilde{Y}_t + \tilde{L}_t.$$

Производственная функция:

$$\tilde{Y}_t = \tilde{A}_t + \alpha\tilde{L}_t.$$

Уравнение Тейлора для процентной ставки:

$$R_t - \pi_t = \gamma + q_\pi(\pi_t - \pi^T) + q_y\tilde{Y}_t + \rho_R R_{t-1}.$$

Для практического использования построенной модели ее параметры должны быть откалиброваны и/или оценены. Поскольку для байесовского оценивания должны быть заданы параметры априорных распределений, мы используем оба подхода: откалиброванные значения параметров используются для задания параметров априорных распределений.

Калибрация параметров модели

При калибровке параметров модели мы будем следовать работе [17].

В исследовании [14, с. 25] норма дисконтирования β была оценена эконометрически на уровне 0,438 для продовольственных товаров и 0,375 – для непродовольственных, и эти значения кажутся слишком низкими. Заниженные оценки

могут являться эффектом, отмеченным в работе [18]: при оценивании «гибридного» НКРС лаговые переменные инфляции «вытесняют» будущие (*leads*), т. е. коэффициенты при ожиданиях оказываются заниженными или статистически незначимыми.

Более адекватные оценки были получены в диссертации Ж.Ш. Ишуовой [2] – 0,97. Б. Мухаметдиев оценил параметр β на уровне 0,98 [3].

Параметр β калибруется из следующих соображений. В равновесии уравнение Эйлера приобретает вид $\beta \left(\frac{E[C^*]}{C^*}\right)^{-\sigma} = \frac{(1+\pi^T)}{(1+R^*)}$. То есть $\beta = \frac{1+\pi^T}{1+R^*}$.

Цель по инфляции в Казахстане установлена в коридоре 5–7% (1,2–1,7% в квартал) и фактическая инфляция близка к этому уровню (5,3% к концу 2018 г.). Базовая ставка составляет 9,25% (2,2% в квартал). Соответственно, параметр β мы откалибруем на уровне 0,99.

Тогда параметр ρ будет равен $\rho = \ln\beta \approx -0,01$. Далее мы будем оценивать этот параметр независимо от β , чтобы различить норму дисконтирования домашних хозяйств и предприятий реального сектора, как это было сделано ранее в [6].

Параметр σ , отражающий эластичность межвременного замещения потребления, ранее мы калибровали на уровне 1, однако апостериорная оценка оказывалась близка к 4 (разброс оценок составил от 0,86 до 5,93 при средней 1,22). Б. Мухаметдиев оценил параметр на уровне 0,95 [3] – 1 [4] (хотя функция полезности несколько отличалась от нашей). В целом в литературе параметр σ часто задается на уровне 1 (см., например, [11]).

Параметр φ , обратный эластичности предложения труда по реальной заработной плате, калибровался на уровне 2,5 [3] – 3 [4]. В работе [2, с. 95] оцененное значение 7,69 признается крайне завышенным и в итоге принимается на уровне 3 (оценки выше 3 в литературе по DSGE-моделям не встречается).

В исследовании [19] эластичность спроса на деньги (агрегат M3) по доходу

оценена на уровне 2,82, по проценту – 0,04¹. Соответственно, мы зададим $\psi = 1/3$, $\eta = 0,04$.

Параметр $\kappa = \frac{(1-\omega)(1-\beta\omega)}{\omega}$ зависит от доли фирм с инерционными ценами ω . Для США этот параметр калибруется на уровне $2/3$ [11, с. 52], что означает, что в среднем цены остаются фиксированными на протяжении 3 кварталов ($\kappa = 0,17$). Для Казахстана можно ожидать, что цены более гибки, по крайней мере в сторону повышения. Например, $\omega = 0,7$ в [4] и $\kappa = 0,12$ [3].

Ориентация на эконометрические оценки других авторов затрудняется тем, что в основном в качестве фактора НКРС используются не реальные предельные издержки, а разрыв выпуска: 0,159 и 0,651 для продовольственных и непродовольственных товаров соответственно [14, с. 25]; 0,336 в [2, с. 94]; 0,2278 в [6].

Исходя из оценки $\omega = 0,7$ и наших оценок $\beta = 0,99$, мы установим параметр $\kappa = 0,132$.

Ранее мы оценивали коэффициент инерционности инфляции ρ_π на уровне 0,06 (разброс от 0,03 до 0,15, среднее 0,09)

[6] или 0,25–0,30 [13]. В исследовании [14, с. 25] параметр был оценен в 0,162 и 0,243 для продовольственных и непродовольственных товаров соответственно. Мы выберем параметр $\rho_\pi = 0,1$.

Ранее мы оценивали эластичность выпуска по труду α на уровне 0,185 [6].

В публикации сотрудников Национального банка Казахстана [5] содержится описание моделей, используемых для разработки процентной политики. На основе этой публикации мы определим $\rho_R = 0,75$, $q_R = 2,5$, $q_\pi = 0,5$. Цель по инфляции установлена Национальным банком Казахстана на уровне 7%, то есть $\pi^T = 0,07/4$.

Тогда константу в уравнении Тейлора зададим как $\gamma = \rho_R(\pi^T - \rho) - \rho = 0,027$.

Для калибровки коэффициентов автокорреляции шоков мы оценим модели вида $e_t = \rho e_{t-1} + \epsilon_t$, где e_t – случайные возмущения соответствующих переменных. Стандартная ошибка уравнения использовалась для калибровки среднеквадратического отклонения случайных возмущений (табл. 1).

Таблица 1

Параметры авторегрессионных моделей случайных шоков

Переменная	Автокорреляция случайных возмущений	Стандартные ошибки случайных возмущений
\tilde{Y}_t	0,737	0,020
\tilde{m}_t	0,821	0,049
\tilde{L}_t	0,445	0,007
π_t	0,130	0,016
R_t	0,857	0,003

Для расчета процентных отклонений (для переменных ВВП, численность наемных рабочих, дефлированная денежная масса M2, реальная заработная плата) вначале проводилось устранение сезонности с помощью процедуры *Census* в пакете EViews 7.0. Затем рассчитывалось сглаженное значение фильтром Ходрика – Прескотта в пакете EViews 7.0 (стандартный параметр для квартальных данных $\lambda = 1600$).

Наконец, рассчитывалось процентное отклонение

$$\tilde{z}_t = \ln \frac{z_sa_t}{z_t^*},$$

где \tilde{z}_t – процентное отклонение для переменной z_t ; z_sa_t – значение переменной z_t после устранения сезонности; z_t^* – значение переменной z_t , сглаженное фильтром Ходрика – Прескотта.

Далее, используя байесовский подход, оценим откалиброванные значения параметров DSGE-модели экономики Казахстана.

¹ В диссертации Ж.Ш. Ишуовой отмечается, что параметр $\eta \in (0; 1)$, однако в итоге задается равным 4 [2, с. 99].

Оценка параметров модели

Байесовское оценивание пришло на смену традиционному эконометрическому оцениванию и калибровки параметров. Подход получает все большее распространение при оценивании параметров VAR- и DSGE-моделей [20–23]. Его особенностью является то, что при оценивании параметров используются не только статистические данные, но и априорные суждения. Априорная информация о значении параметров может быть получена из положений экономической науки, экспертных суждений, результатов предыдущих исследований. Использование априорных знаний позволяет компенсировать нехватку статистических данных на коротких временных рядах.

Априорные знания задаются в виде функций распределения $f(\theta)$ неизвестных параметров θ . Далее на основе имеющихся наблюдений y по формуле Байеса рассчитывается функция апостериорного распределения:

$$f(\theta|y) = \frac{f(y|\theta)f(\theta)}{f(y)} \propto L(y|\theta)f(\theta),$$

где $f(y)$ – функция плотности распределения наблюдений; $f(\theta)$ – функция априорного распределения параметров; $f(y|\theta) = L(y|\theta)$ – функция правдоподобия.

Таким образом, еще одной особенностью байесовского оценивания является использование функций распределения. Для получения точечных оценок рассчитывают математическое ожидание, медиану или моду апостериорного распределения $f(\theta|y)$.

В качестве априорных распределений принято использовать следующие функции (рис. 2):

- для положительных параметров моделей – гамма-распределение, для остальных – нормальное распределение (реже – равномерное);
- для авторегрессионных коэффициентов, которые принимают значения от 0 до 1, – бета-распределение;
- для среднеквадратических отклонений – обратное гамма-распределение.

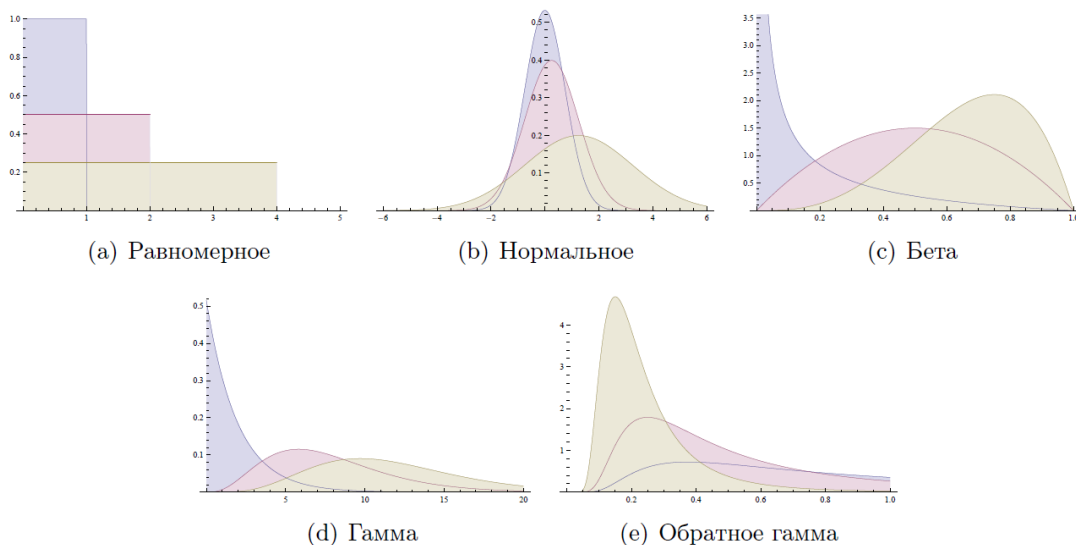


Рис. 2. Вид функций распределения в байесовском оценивании при различных значениях их параметров [24, с. 38]

Учитывая эти рекомендации, нам остается задать средние значения априорных распределений параметров на основе откалиброванных выше значений. Априорные значения дисперсии задаются обычно максимально возможными, чтобы не сужать диапазон оценивания.

Оценивание проводилось с помощью пакета Dynare на квартальных данных Комитета по статистике Казахстана с 2000 по 2017 гг. (данные по индексу реальной заработной платы – с 2004 г., табл. 2).

Параметры DSGE-модели экономики Казахстана и параметры их распределений

Параметр	Распределение	Априорное среднее	Априорное стандартное отклонение	Апостериорное среднее
β	Гамма	0,99	0,009	0,9867
ρ	Гамма	0,01	0,009	0,0027
σ	Гамма	1	0,9	0,1817
φ	Гамма	3	2,9	12,0935
ψ	Гамма	1/3	0,3	0,6242
η	Гамма	0,04	0,03	0,0369
κ	Гамма	0,132	0,13	1,4638
ρ_π	Бета	0,1	0,09	0,0246
q_π	Гамма	2,5	1	2,5009
q_y	Гамма	0,5	0,2	0,1343
ρ_R	Бета	0,75	0,1	0,7828
γ	Нормальное	0,027	1	-0,0283
α	Гамма	0,185	0,18	0,0801
ρ_γ	Бета	0,737	0,2	0,8874
ρ_m	Бета	0,821	0,1	0,8664
ρ_L	Бета	0,445	0,2	0,6223
ρ_p	Бета	0,130	0,1	0,363
ρ_r	Бета	0,857	0,1	0,1158
ρ_A	Бета	0,7	0,3	0,8089
σ_γ	Обр.гамма	0,020	Inf	0,0212
σ_m	Обр.гамма	0,049	Inf	0,0191
σ_L	Обр.гамма	0,007	Inf	0,0461
σ_p	Обр.гамма	0,016	Inf	0,0051
σ_r	Обр.гамма	0,003	Inf	0,0467

Ниже представлены графики априорных и апостериорных распределений

для ключевых оцениваемых параметров (рис. 3).

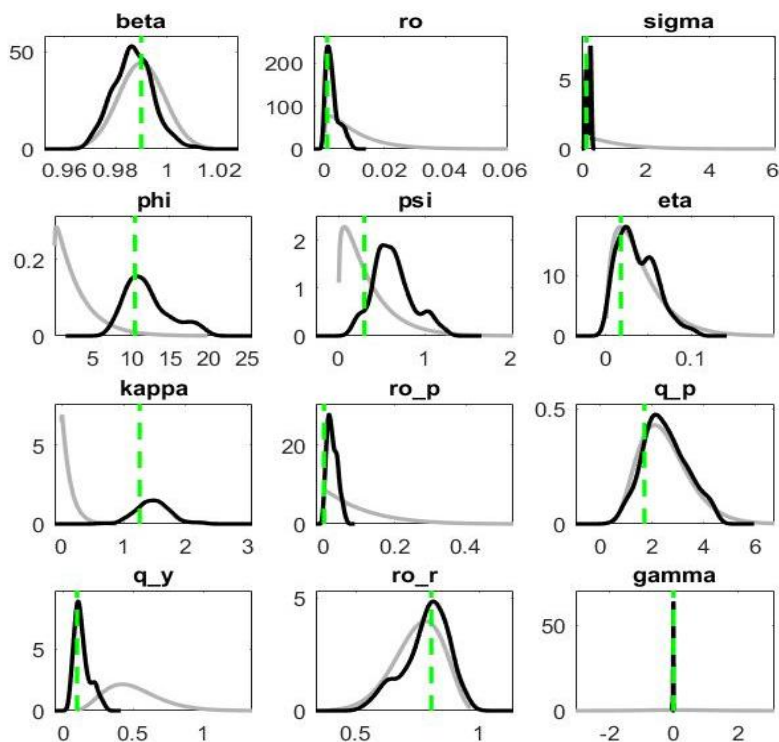


Рис. 3. Графики априорных (серый цвет) и апостериорных (черный) функций плотности распределения параметров DSGE-модели экономики Казахстана

При анализе полученных результатов обращают на себя внимание следующие моменты. Параметр σ , отражающий межвременное замещение потребления, оказался значительно меньше 1.

Наоборот, оценка параметра φ оказалась очень высокой, что говорит о низкой эластичности предложения труда к заработной плате. Аналогично, очень высокие оценки параметра κ (параметр отрицательно связан с долей фирм, не корректирующих цены) могут свидетельствовать о высокой инерционности инфляционных процессов. Оба результата говорят об институциональном несовершенстве рынков труда и товаров в Казахстане (результаты, ожидаемые для всего постсоветского пространства).

Оценки параметров правила Тейлора в целом подтверждают, что Национальный банк Казахстана в своей монетарной политике ориентируется на стабилизацию инфляции, практически не обращая внимания на стабилизацию выпуска.

Параметр ρ_p , учитывающий инерционность ценовых шоков, оказался гораздо выше значений, откалиброванных нами. И, наоборот, коэффициент ρ_r , отражаю-

щий инерционность шоков процентной ставки, оказывается близким к 0.

Далее проведем сценарные расчеты на основе оцененных параметров.

Численные эксперименты и анализ результатов

Оценим, как повлияют на эндогенные переменные, выраженные через отклонения от равновесных значений, шоки спроса, процентной ставки, цен и предложения труда. Все шоки по величине равны одному среднеквадратическому отклонению, оцененному выше для случайных возмущений. Расчеты проведены на 16 периодах, что соответствует 4 годам реального времени.

При росте совокупного спроса (рис. 4) ускоряется инфляция, и, следуя принципу Тейлора, Национальный банк повышает базовую ставку. Сдерживающая процентная политика снижает эффект от первоначального импульса совокупного спроса. Рост спроса на деньги вследствие роста дохода перевешивается снижением в результате роста процентной ставки. На рынке труда рост экономической активности вызывает повышение реальной заработной платы и предложения труда.

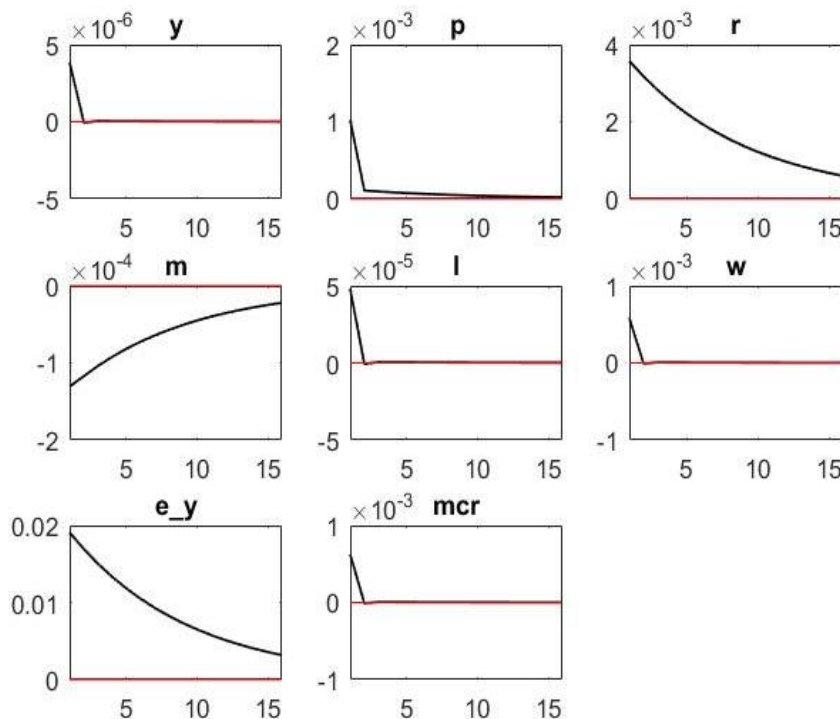


Рис. 4. Функции отклика при шоке спроса в DSGE-модели экономики Казахстана

Рост процентной ставки (рис. 5) приводит к отрицательному разрыву выпуска и снижению инфляции. Однако далее снижение инфляции ниже целевого уровня, установленного Национальным банком, приводит к необходимости сни-

жения ставки процента, что увеличивает спрос на деньги. Снижение экономической активности населения отражается на рынке труда в снижении заработной платы и уровня занятости.

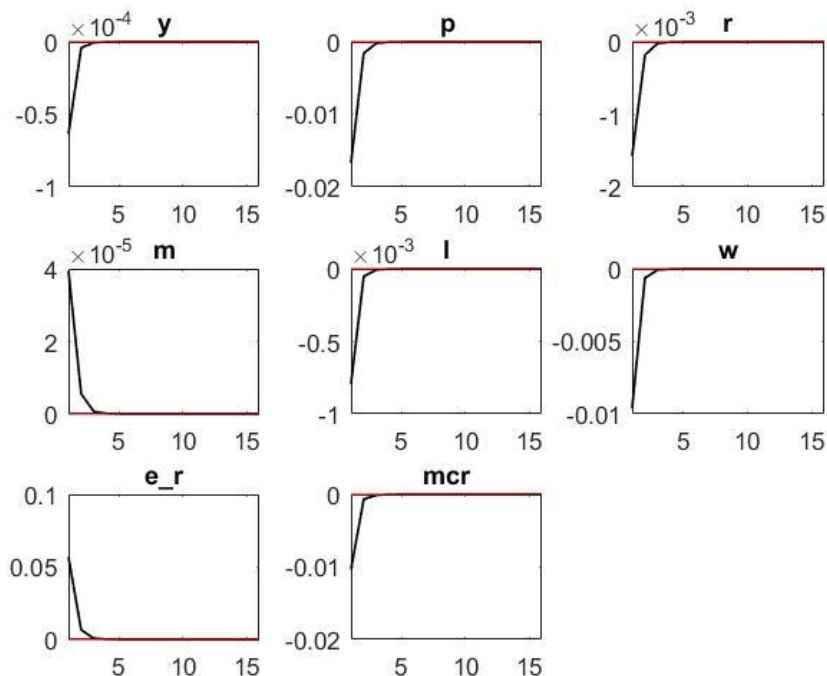


Рис. 5. Функции отклика при шоке процентной ставки в DSGE-модели экономики Казахстана

Экзогенный рост цен (рис. 6) заставляет денежный регулятор повысить базовую ставку, чтобы сдержать инфляцию. Рост цен и ставки процента вызыва-

ют снижение выпуска ниже равновесного уровня, снижение спроса на деньги, уровня занятости населения и уровня заработной платы.

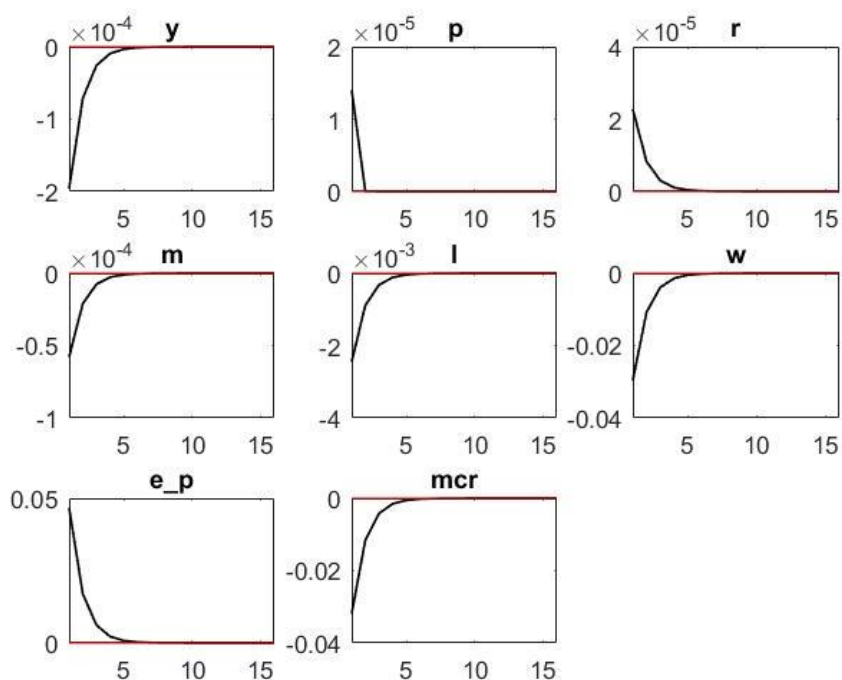


Рис. 6. Функции отклика при ценовом шоке в DSGE-модели экономики Казахстана

При росте предложения труда (рис. 7), что может быть вызвано выходом на рынок новых кадров, или притоком мигрантов, или изменением пенсионного возраста, снижается реальная заработная плата. Через реальные предельные издержки инфляция опускается ниже целевого уров-

ня, что вынуждает Национальный банк Казахстана снизить процентную ставку. Последнее увеличивает совокупный спрос (рост уровня занятости напрямую увеличивает экономическую активность населения) и спрос на деньги.

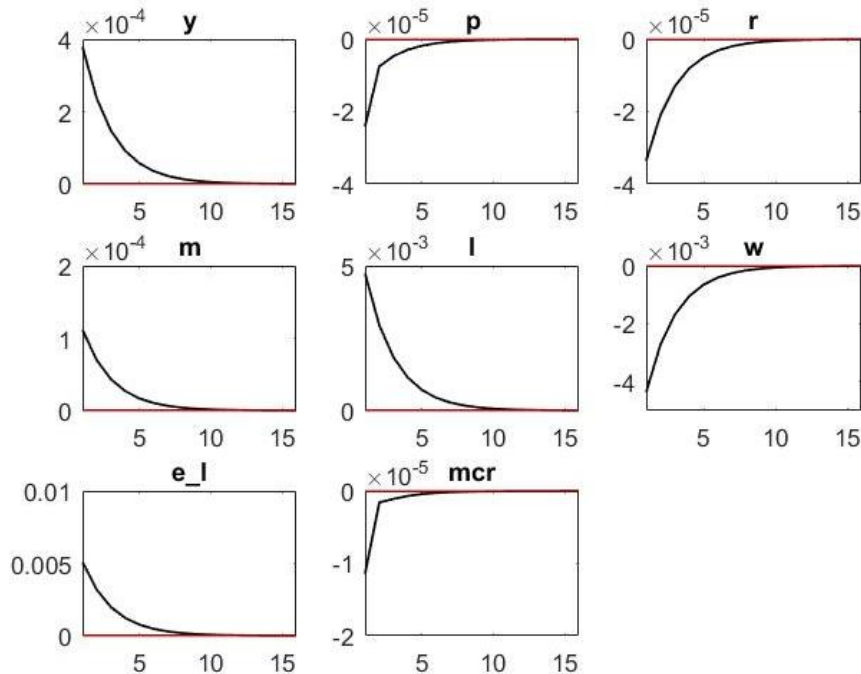


Рис. 7. Функции отклика при шоке предложения труда в DSGE-модели экономики Казахстана

Таким образом, разработанная DSGE-модель экономики Казахстана позволяет анализировать эффекты от изменений монетарной политики и оптимизации ее параметров.

Заключение

Описана малая DSGE-модель экономики Казахстана. Модель описывает поведение домашних хозяйств и предприятий реального сектора в условиях несовершенной конкуренции и негибких цен. Для сектора домашних хозяйств выведены уравнения потребления, спроса на деньги и предложения труда. Реальный сектор описывается с помощью производственной функции, уравнения реальных предельных издержек и кривой Филлипса. Замыкает систему уравнение Тейлора, описывающее процентную политику денежного регулятора в условиях инфляционного таргетирования.

Для оценивания параметров модели используется байесовский подход. Полученные оценки позволили сделать вывод о слабой чувствительности предложения труда к уровню заработной платы и об очень высокой инерционности инфляционных процессов. Последнее значительно усложняет антиинфляционную политику Национального банка Казахстана.

В дальнейшем модель может быть развита за счет учета таких средне- и долгосрочных факторов, как инвестиции в основной капитал и динамика основных фондов, фискальная политика государства. Добавление в модель параметров внешней торговли и мировой экономики позволит использовать построенную модель в качестве составного блока для модели Таможенного союза.

Список литературы

1. *Lim G.C., McNelis P.D.* Computational macroeconomics for the open economy. MIT Press, Cambridge, 2008. Pp. xiv, 231.
2. *Ишурова Ж.Ш.* Моделирование динамического стохастического общего равновесия и оценка влияния денежно-кредитной политики на экономический рост в Республике Казахстан: дисс. ... д-ра философии (PhD): 6D050600. Алматы, 2013. 162 с.
3. *Mukhamediyev B.* A small Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Economy of Kazakhstan // *EcoMod*. 2013. № 5330. URL: http://ecomod.net/system/files/Mukhamediyev_Prague%20Conf..docx (дата обращения: 10.01.2019).
4. *Mukhamediyev B.* Estimated DSGE Model for oil producing Economy of Kazakhstan // *The Macroeconomic Review*. 2014. Vol. 3, № 3. P. 1–13.
5. *Чернявский Д.О., Муқанов Н.С.* Внедрение правила денежно-кредитной политики в квартальную прогностическую модель Казахстана // *Деньги и кредит*. 2017. № 5. С. 40–46.
6. *Шульц Д.Н., Ошакбаев Р.С.* Динамическая стохастическая модель общего равновесия Казахстана // *Вестник Евразийской науки*. 2018. Т. 10, № 4. URL: <https://esj.today/PDF/25ECVN418.pdf> (дата обращения: 13.02.2019).
7. *Rational expectations and econometric practice* / ed. by Lucas R., Sargent T. The University of Minnesota Press, 1984. 689 p.
8. *Taylor J.* Staggered wage setting in a macro model // *The American Economic Review*. 1979. Vol. 69, № 2. P. 108–113.
9. *Calvo G.* Staggered contracts in a utility-maximizing framework // *Journal of Monetary Economics*. 1983. № 12. P. 383–398.
10. *Rotemberg J.* Sticky prices in the United States // *The Journal of Political Economy*. 1982. Vol. 90, № 6. P. 1187–1211.
11. *Gali J.* Monetary policy, inflation, and the business cycle: an introduction to the New Keynesian framework. Princeton University Press, 2008. 203 p.
12. *Gali J., Gertler M.* Inflation dynamics: A structural econometric analysis // *Journal of Monetary Economics*. 1999. Vol. 44, Iss. 2. P. 195–222.
13. *Ошакбаев Р.С., Кысыков А.Б., Шульц Д.Н.* Эконометрическое моделирование инфляционных процессов в Казахстане // *Управление экономическими системами: электронный научный журнал*. 2017. № 7. URL: <http://uecs.ru/makroekonomika/item/4476-2017-07-03-10-12-30> (дата обращения: 06.05.2018).
14. *Тулеуов О.* Моделирование инфляционных процессов в Казахстане на основе новой кейнсианской кривой Филлипса // *Экономические исследования и аналитические записки Национального Банка Республики Казахстан*. 2016. № 2016-2. 25 с.
15. *Schorfheide F.* Estimation and evaluation of DSGE Models: Progress and challenges. In book: *D. Acemoglu, M. Arellano, E. Dekel (Eds.). Advances in economics and econometrics: Tenth World Congress*. Cambridge: Cambridge University Press, 2013. p. 184–230.
16. *Taylor J.B.* Discretion versus policy rules in practice // *Carnegie-Rochester Conference series on Public Policy*. 1993. № 39. P. 195–214. URL: <http://web.stanford.edu/~johntayl/Papers/Discretion.PDF> (дата обращения: 01.04.2018).
17. *Зарецкий А.* Поиск оптимального варианта монетарной политики в Беларуси: результаты простой DSGE-модели. URL: <http://www.research.by/webroot/delivery/files/wp2012r06.pdf> (дата обращения: 03.02.2016).
18. *Fuhrer J.C.* The (Un)Importance of forward-looking behavior in price specifications // *Journal of money, credit, and banking*. 1997. Vol. 28, № 3. P. 338–350.
19. *Кучеренко Е.Б.* Моделирование спроса на деньги в Республики Казахстан // *Экономическое обозрение*. 2009. № 2–3. С. 15–19. URL: http://www.nationalbank.kz/cont/publish849202_6270.pdf (дата обращения: 16.12.2018).
20. *DeJong D., Dave C.* Structural Macroeconometrics. 2nd ed. Princeton: Princeton University Press, 2011. 418 p.
21. *Айвазян С.А.* Байесовский подход в эконометрическом анализе // *Прикладная эконометрика*. 2008. № 1 (9). С. 93–130.
22. *Зельнер А.* Байесовские методы в эконометрии. Пер. с англ. и предисл. Г.Г. Пирогова, Ю.П. Федоровского. М.: Статистика, 1980. 438 с.

23. Микушева А. Оценивание динамических стохастических моделей общего равновесия // Квантиль. 2014. № 12. С. 1–22.
24. Джонс К., Куллиш М. DSGE-моделирование в пакете Dynare: практическое введение // Квантиль. 2014. № 12. С. 23–44.

Статья поступила в редакцию 24.03.2019, принята к печати 29.05.2019

Сведения об авторах

Шульц Дмитрий Николаевич – кандидат экономических наук, директор по макроэкономическим исследованиям, Центр экономики инфраструктуры (Россия, 129110, г. Москва, ул. Гиляровского, 57; e-mail: shults@inbox.ru).

Кысыков Аскар Бауржанович – магистр экономики, аналитик, Центр прикладных исследований «ТАЛАП» (Казахстан, 010000, г. Астана, ул. Ташенова, 8, оф. 77; e-mail: kyssykov@gmail.com).

References

1. Lim G.C., McNelis P.D. *Computational macroeconomics for the open economy*. MIT Press, Cambridge, 2008. xiv, 231 pp.
2. Ishuova Zh.Sh. *Modelirovanie dinamicheskogo stokhasticheskogo obshchego ravnovesiya i otsenka vliyaniya denezhno-kreditnoi politiki na ekonomicheskii rost v Respublike Kazakhstan*. Diss. doktora filosofii (PhD): 6D050600 [Modeling of dynamic stochastic general equilibrium and assessment of the impact monetary and credit policy on economic growth in the Kazakhstan republic. Dr. of phil. dis. (PhD): 6D050600]. Almaty, 2013. 162 p. (In Russian).
3. Mukhamediyev B. A small dynamic stochastic general equilibrium model of the economy of Kazakhstan. *EcoMod*, 2013, no. 5330. Available at: http://ecomod.net/system/files/Mukhamediyev_Prague%20Conf..docx (accessed 10.01.2019).
4. Mukhamediyev B. Estimated DSGE model for oil producing economy of Kazakhstan. *The MacrotHEME Review*, 2014, vol. 3, no. 3, pp. 1–13.
5. Chernyavskii D.O., Mukanov N.S. Vnedrenie pravila denezhno-kreditnoi politiki v kvartal'nyu prognosticheskuyu model' Kazakhstana [Introducing the monetary policy rule into a quarterly predictive model in Kazakhstan]. *Den'gi i kredit* [Russian Journal of Money and Finance], 2017, no. 5, pp. 40–46. (In Russian).
6. Shul'ts D.N., Oshakbaev R.S. Dinamicheskaya stokhasticheskaya model' obshchego ravnovesiya Kazakhstana [Dynamic stochastic general equilibrium model of Kazakhstan]. *Vestnik Evraziiskoi nauki* [The Eurasian Scientific Journal], 2018, vol. 10, no. 4. (In Russian) Available at: <https://esj.today/PDF/25ECVN418.pdf> (accessed 13.02.2019).
7. *Rational expectations and econometric practice*. Ed. by Lucas R., Sargent T. The University of Minnesota Press, 1984. 689 p.
8. Taylor J. Staggered wage setting in a macro model. *The American Economic Review*, 1979, vol. 69, no. 2, pp. 108–113.
9. Calvo G. Staggered contracts in a utility-maximizing framework. *Journal of Monetary Economics*, 1983, no. 12, pp. 383–398.
10. Rotemberg J. Sticky prices in the United States. *The Journal of Political Economy*, 1982, vol. 90, no. 6, pp. 1187–1211.
11. Gali J. *Monetary policy, inflation, and the business cycle: An introduction to the New Keynesian framework*. Princeton University Press, 2008. 203 p.
12. Gali J., Gertler M. Inflation dynamics: A structural econometric analysis. *Journal of Monetary Economics*, 1999, vol. 44, iss. 2, pp. 195–222.
13. Oshakbaev R.S., Kysykov A.B., Shul'ts D.N. Ekonometricheskoe modelirovanie inflyatsionnykh protsessov v Kazakhstane [Econometric modeling of inflation processes in Kazakhstan]. *Upravlenie ekonomicheskimi sistemami: elektronnyi nauchnyi zhurnal* [Economic System Management: Electronic Scientific Journal], 2017, no. 7. (In Russian) Available at: <http://uecs.ru/makroekonomika/item/4476-2017-07-03-10-12-30> (accessed 06.05.2018).
14. Tuleuov O. Modelirovanie inflyatsionnykh protsessov v Kazakhstane na osnove novoi keinsianskoi krivoi Fillipsa [Modeling of inflation processes in Kazakhstan on the new keynesian Phillips curve].

Ekonomicheskie issledovaniya i analiticheskie zapiski Natsional'nogo Banka Respubliki Kazakhstan [Economic studies and analytical papers of the National Bank of the Republic of Kazakhstan], 2016, no. 2016-2. 25 p.

15. Schorfheide F. *Estimation and evaluation of DSGE models: progress and challenges*. In Book: Acemoglu D., Arellano M., Dekel E. (Eds.). *Advances in economics and econometrics: Tenth World Congress* (Econometric Society Monographs). Cambridge, Cambridge University Press, 2013, pp. 184–230.

16. Taylor J.B. Discretion versus policy rules in practice. *Carnegie-Rochester Conference series on Public Policy*, 1993, no. 39, pp. 195–214. Available at: <http://web.stanford.edu/~johntayl/Papers/Discretion.PDF> (accessed 01.04.2018).

17. Zaretskii A. *Poisk optimal'nogo varianta monetarnoi politiki v Belarusi: rezul'taty prostoi DSGE-modeli* [Search for optimal option of monetary policy in Belorussia: Results of simple DSGE-model]. (In Russian) Available at: <http://www.research.by/webroot/delivery/files/wp2012r06.pdf> (accessed 03.02.2016).

18. Fuhrer J.C. The (Un)Importance of forward-looking behavior in price specifications. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 1997, vol. 28, no. 3, pp. 338–350.

19. Kucherenko E.B. Modelirovanie sprosa na den'gi v Respubliki Kazakhstan [Modeling the demand for money in the Republic of Kazakhstan]. *Ekonomicheskoe obozrenie* [Economic Review], 2009, no. 2-3, pp. 15–19. (In Russian) Available at: http://www.nationalbank.kz/cont/publish849202_6270.pdf (accessed 16.12.2018).

20. DeJong D., Dave C. *Structural macroeconometrics*. 2nd ed. Princeton, Princeton University Press, 2011. 418 p.

21. Aivazyan S.A. Baiesovskii podkhod v ekonometricheskom analize [Bayesian methods in econometrics]. *Prikladnaya ekonometrika* [Applied Econometrics], 2008, no. 1 (9), pp. 93–130. (In Russian).

22. Zel'ner A. *Baiesovskie metody v ekonometrii*. Per. s angl. i predisl. G.G. Pirogova, Yu.P. Fedorovskogo [Bayesian methods in econometrics. Transl. and preface by Pirogov G.G., Federovskii Yu.P.]. Moscow, Statistika Publ., 1980. 438 p. (In Russian).

23. Mikusheva A. Otsenivanie dinamicheskikh stokhasticheskikh modelei obshchego ravnovesiya [Estimation of dynamic stochastic general equilibrium models]. *Kvantil'* [Quantile], 2014, no. 12, pp. 1–22. (In Russian).

24. Dzhons K., Kulish M. DSGE-modelirovanie v pakete Dynare: prakticheskoe vvedenie [A practical introduction to DSGE modelling with Dynare]. *Kvantil'* [Quantile], 2014, no. 12, pp. 23–44. (In Russian).

Received March 24, 2019; accepted May 29, 2019

Information about the Authors

Shults Dmitriy Nikolaevich – Candidate of Economic Sciences, Director for Macroeconomic Research, Infrastructure Economics Center (57, Gilyarovskogo st., Moscow, 129110, Russia; e-mail: shults@inbox.ru).

Kysykov Askar Baurzhanovich – Master of Economic Sciences, Analyst, the Center of Applied Research “TALAP” (6, Tashenova st., off. 77, Astana, 010000, Kazakhstan; e-mail: kyssykov@gmail.com).

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Шульц Д.Н., Кысыков А.Б. Оценивание параметров динамической стохастической модели общего равновесия экономики Казахстана на основе байесовского подхода // Вестник Пермского университета. Сер. «Экономика» = Perm University Herald. Economy. 2019. Том 14. № 2. С. 232–247. doi: 10.17072/1994-9960-2019-2-232-247

Please cite this article in English as:

Shults D.N., Kysykov A.B. Assessment of the parameters of dynamic stochastic general equilibrium model of Kazakhstan economy using Bayesian estimation. *Vestnik Permskogo universiteta. Seria Ekonomika* = *Perm University Herald. Economy*, 2019, vol. 14, no. 2, pp. 232–247. doi: 10.17072/1994-9960-2019-2-232-247